



1 整數的四則運算

110國教會考2

算式 $(-8) + (-2) \times (-3)$ 之值為何？

- (A) -14 *(B) -2
(C) 18 (D) 30

【解題策略】

整數的四則運算，必須先乘除後加減

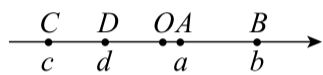
【解題過程】

原式 $= (-8) + 6 = -2$

2 利用絕對值表示點到原點的距離

111國教會考1

右圖數線上的 A 、 B 、 C 、 D 四點所表示的數分別為 a 、 b 、 c 、 d ，且 O 為原點。根據圖中各點的位置判斷，下列何者的值最小？



、 d ，且 O 為原點。根據圖中各點的位置判斷，下列何者的值最小？

- *(A) $|a|$ (B) $|b|$
(C) $|c|$ (D) $|d|$

【解題策略】

$|a|$ 表示 a 到原點的距離

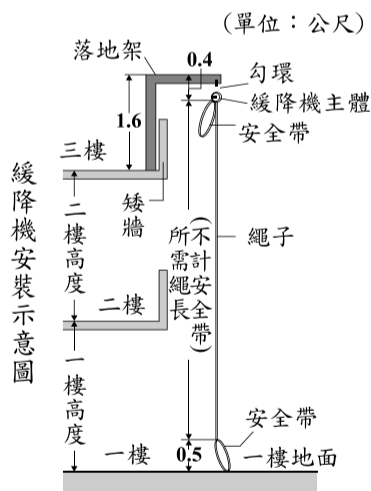
【解題過程】

由圖形可得知， $A(a)$ 與原點的距離最_____，故 $|a|$ 的值最_____

3 整數運算的應用

111國教會考16

緩降機是火災發生時避難的逃生設備，右圖是廠商提供的緩降機安裝示意圖，圖中呈現在三樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長（不計安全帶）。若某棟建築的每個樓層高度皆為 3 公尺，則根據右圖的安裝方式在該建築八樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長（不計安全帶）為多少公尺？



- *(A) 21.7
(B) 22.6
(C) 24.7
(D) 25.6

【解題策略】

先算出一到七樓加上八樓的高度，再扣掉多餘的部分

【解題過程】

安裝在八樓，緩降到一樓的繩長為一到七樓高度 + 八樓高度再扣除上下多餘的距離

繩長 $= 3 \times 7 + 1.6 - \underline{\quad} - \underline{\quad} = 21.7$

4 指數的值

112國教會考1

$(-3)^3$ 之值為何？

- *(A) -27
(B) -9
(C) 9
(D) 27

【解題策略】

若 $a \neq 0$ ，將 a 連乘 n 次為 $a \times a \times \dots \times a$ ，記為 a^n

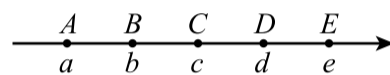
【解題過程】

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

5 數線上兩點間的距離

114國教會考15

如右圖，數線上由左至右有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$ 、 $E(e)$ 五點，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若原點在 \overline{AE} 上，且 $|a| + |b| = |e|$ ，則下列關於原點位置的敘述，何者正確？



、 $D(d)$ 、 $E(e)$ 五點，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若原點在 \overline{AE} 上，且 $|a| + |b| = |e|$ ，則下列關於原點位置的敘述，何者正確？

- (A) 在 \overline{BC} 上且較接近 B 點
*(B) 在 \overline{BC} 上且較接近 C 點
(C) 在 \overline{CD} 上且較接近 C 點
(D) 在 \overline{CD} 上且較接近 D 點

【解題策略】

數線上 a 、 b 兩點間的距離以 $|a - b|$ 表示， $|a|$ 代表 a 點與原點的距離

【解題過程】

令 C 為原點 $\Rightarrow |a| + |b| > |e|$ ，與題意不合

令 \overline{BC} 中點為原點 $\Rightarrow |a| + |b| < |e|$ ，與題意不合

由以上兩條件可知：原點在_____之間，且較靠近_____點

6 科學記號的表示

111國教會考12

已知 $p = 7.52 \times 10^{-6}$ ，下列關於 p 值的敘述何者正確？

- (A) 小於 0
*(B) 介於 0 與 1 兩數之間，兩數中比較接近 0
(C) 介於 0 與 1 兩數之間，兩數中比較接近 1
(D) 大於 1

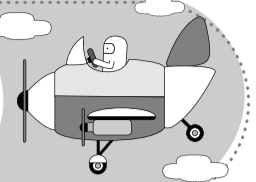
【解題策略】

指數為負 ($n < 0$)：數值通常很小，介於 0~1 之間

【解題過程】

$p = 7.52 \times 10^{-6} = \underline{\quad}$

且 p 比 0.1 還小，故比較接近 0



1 分數的加減運算

110國教會考14

已知 $a = -\frac{5}{223}$, $b = \frac{6}{263}$, $c = -\frac{7}{293}$, 判斷下列各式之

值何者最大?

- (A) $|a+b+c|$ (B) $|a+b-c|$
*(C) $|a-b+c|$ (D) $|a-b-c|$

【解題策略】

將數字代入並注意絕對值的影響

【解題過程】

$$(A) \left| -\frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \left(-\frac{7}{293}\right) \right| = \left| -\frac{5}{223} - \frac{6}{263} - \frac{7}{293} \right|$$

$$= \left| -\left(\frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \frac{7}{293}\right) \right|$$

$$= \left| \frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \frac{7}{293} \right|$$

$$(B) \left| -\frac{5}{223} + \frac{6}{263} - \left(-\frac{7}{293}\right) \right| = \left| -\frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \frac{7}{293} \right|$$

$$(C) \left| -\frac{5}{223} - \frac{6}{263} + \left(-\frac{7}{293}\right) \right| = \left| -\frac{5}{223} - \frac{6}{263} - \frac{7}{293} \right|$$

$$= \left| -\left(\frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \frac{7}{293}\right) \right|$$

$$= \left| \frac{5}{223} + \frac{6}{263} + \frac{7}{293} \right|$$

$$(D) \left| -\frac{5}{223} - \frac{6}{263} - \left(-\frac{7}{293}\right) \right| = \left| -\frac{5}{223} - \frac{6}{263} + \frac{7}{293} \right|$$

$$= \left| -\left(\frac{5}{223} + \frac{6}{263} - \frac{7}{293}\right) \right|$$

$$= \left| \frac{5}{223} + \frac{6}{263} - \frac{7}{293} \right|$$

2 分數的大小關係

112國教會考6

已知 $a = -1$, $b = -1\frac{3}{4}$, $c = -1\frac{5}{8}$, 下列關於 a 、 b 、 c

三數的大小關係, 何者正確?

- *(A) $a > c > b$ (B) $a > b > c$
(C) $b > c > a$ (D) $c > b > a$

【解題策略】

將兩個分母不相同的分數, 利用約分或擴分將分母化成相同, 此過程稱為通分

【解題過程】

$$1\frac{3}{4} = 1\frac{6}{8} \quad \therefore 1\frac{6}{8} > 1\frac{5}{8} > 1 \text{ (填 } > \text{ 或 } < \text{)}$$

$$\therefore -1\frac{3}{4} < -1\frac{5}{8} < -1 \text{ (填 } > \text{ 或 } < \text{)}$$

3 短除法

111國教會考3

下列何者為 156 的質因數?

- (A) 11 (B) 12 *(C) 13 (D) 14

【解題策略】

利用短除法做分解

【解題過程】

由短除法可得 $156 = 2^2 \times 3 \times 13$, 其中質因數為

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 156} \\ \underline{2} \\ 78 \\ 2 \overline{) 78} \\ \underline{2} \\ 39 \\ 3 \overline{) 39} \\ \underline{3} \\ 13 \end{array}$$

4 最大公因數與最小公倍數

114國教會考18

已知 a 、 b 、 c 皆為正整數, 且 a 、 b 兩數的最大公因數與

最小公倍數分別為 11 與 88。關於 a 、 b 、 c 三數的最大

公因數與最小公倍數, 甲、乙兩人分別提出看法如下:

甲: a 、 b 、 c 三數的最大公因數可能比 11 大

乙: a 、 b 、 c 三數的最小公倍數可能比 88 小

對於甲、乙兩人的看法, 下列判斷何者正確?

- (A) 甲、乙皆正確 *(B) 甲、乙皆錯誤
(C) 甲正確, 乙錯誤 (D) 甲錯誤, 乙正確

【解題策略】

$$a \times b = (a, b) \times [a, b]$$

【解題過程】

已知 $(a, b) = 11$, $[a, b] = 88$

若 c 為 11 的倍數 $\Rightarrow (a, b, c) = 11$;

若 c 不為 11 的倍數, 則最大公因數比 11 小

若 c 為 88 的因數 $\Rightarrow [a, b, c] = 88$;

若 c 不為 88 的因數, 則最小公倍數比 88 大, 故選(B)

5 分數與倍數

113國教會考15

甲、乙兩個最簡分數分別為 $\frac{10}{a}$ 、 $\frac{18}{b}$, 其中 a 、 b 為正整

數。若將甲、乙通分化成相同的分母後, 甲的分子變為

50, 乙的分子變為 54, 則下列關於 a 的敘述, 何者正確?

- (A) a 是 3 的倍數, 也是 5 的倍數
*(B) a 是 3 的倍數, 但不是 5 的倍數
(C) a 是 5 的倍數, 但不是 3 的倍數
(D) a 不是 3 的倍數, 也不是 5 的倍數

【解題策略】

(1) 最簡分數 \Rightarrow 分子, 分母互質

(2) 通分 \Rightarrow 兩分數分母相同

【解題過程】

$\frac{10}{a}$, $\frac{18}{b}$ 為最簡分數 $\Rightarrow a$ 與 2、5 互質; b 與 2、3 互質

通分後 $\Rightarrow \frac{10}{a} = \frac{50}{5a}$, $\frac{18}{b} = \frac{54}{3b}$

$5a = 3b = [a, b]$, a 必為 3 的倍數, 但不是 5 的倍數

答案選(B)

6 指數律

110國教會考5

5^6 是 5^3 的多少倍?

- (A) 2 (B) 3
(C) 25 *(D) 125

【解題策略】

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

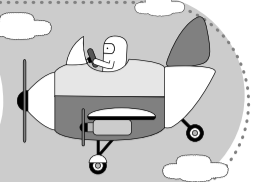
(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(3) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

【解題過程】

$$\frac{5^6}{5^3} = 5^{6 \div 3} \text{ (+, -)}$$

$$= 5^3 = 125$$



1 以文字或符號列式

113國教會考16

有研究報告指出，1880 年至 2020 年全球平均氣溫上升趨勢約為每十年上升 0.08°C 。已知 2020 年全球平均氣溫為 14.88°C ，假設未來的全球平均氣溫上升趨勢與上述趨勢相同，且每年上升的度數相同，則預估 2020 年之後第 x 年的全球平均氣溫為多少 $^{\circ}\text{C}$ ？（以 x 表示）

- (A) $14.88 + 0.08x$
 *(B) $14.88 + 0.008x$
 (C) $14.88 + 0.08 [x + (2020 - 1880)]$
 (D) $14.88 + 0.008 [x + (2020 - 1880)]$

【解題策略】

此題型為「淨零排碳」相關議題，是近年最新趨勢題型。求出每年上升溫度度數，再乘以 x 年後，加上 2020 年平均氣溫，即是第 x 年後的平均氣溫

【解題過程】

每十年上升 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$

每年上升 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$

\Rightarrow 第 x 年全球平均氣溫 = $\underline{\hspace{2cm}}$ + $\underline{\hspace{2cm}}$ ($^{\circ}\text{C}$)

答案選(B)

2 一元一次方程式的應用

111國教會考11

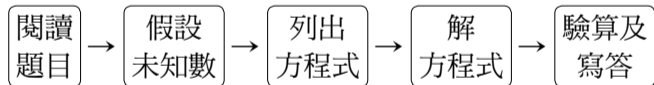
根據右圖中兩人的對話紀錄，求出哥哥買遊戲機的預算為多少元？

- (A) 3800
 (B) 4800
 *(C) 5800
 (D) 6800



【解題策略】

一元一次方程式解應用問題的步驟：



【解題過程】

設預算為 x 元，則遊戲機原價為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元

$$(x + 1200) \times 0.8 = x - 200$$

$$0.2x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = 5800$$

3 列一元一次式

113國教會考16

有研究報告指出，1880 年至 2020 年全球平均氣溫上升趨勢約為每十年上升 0.08°C 。已知 2020 年全球平均氣溫為 14.88°C ，假設未來的全球平均氣溫上升趨勢與上述趨勢相同，且每年上升的度數相同，則預估 2020 年之後第 x 年的全球平均氣溫為多少 $^{\circ}\text{C}$ ？（以 x 表示）

- (A) $14.88 + 0.08x$
 *(B) $14.88 + 0.008x$
 (C) $14.88 + 0.8 [x + (2020 - 1880)]$
 (D) $14.88 + 0.08 [x + (2020 - 1880)]$

【解題策略】

求出每年上升溫度度數，再乘以 x 年後，加上 2020 年平均氣溫，即是第 x 年後的平均氣溫

【解題過程】

每十年上升 0.08°C

每年上升 0.008°C

\Rightarrow 第 x 年全球平均氣溫 = $14.88 + 0.008x$ ($^{\circ}\text{C}$)

答案選(B)

4 一元一次方程式的應用

114國教會考14

右圖為貝可咖啡店的菜單，店家今日準備了 120 杯咖啡和 100 個三明治販售。若今日準備的餐點全部售出且收入共為 8700 元，則售出早餐組合的收入在下列哪一個範圍？

咖啡	50元/杯
三明治	40元/個
早餐組合 (一杯咖啡加一個三明治)	70元/組

- (A) 4300~4399 元
 (B) 4400~4499 元
 *(C) 4500~4599 元
 (D) 4600~4699 元

【解題策略】

設未知數 x 並依題目列出一元一次方程式

【解題過程】

設早餐組合賣出 x 組，則單點咖啡賣出 $120 - x$ 單點三明治賣出 $\underline{\hspace{2cm}}$

可知 $70x + 50(120 - x) + 40(100 - x) = 8700$

$$70x - 50x - 40x + 6000 + 4000 = 8700$$

$$20x = 1300 \Rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$$

早餐組合收入為 $65 \times 70 = 4550 \Rightarrow$ 故選(C)

5 一元一次方程式的應用問題-依題意列式與解題

112國教會考18

樂樂停車場為 24 小時營業，其收費方式如下表所示。已知阿虹某日 10:00 進場停車，停了 x 小時後離場， x 為整數。若阿虹離場的時間介於當日的 20:00~24:00 之間，則他此次停車的費用為多少元？

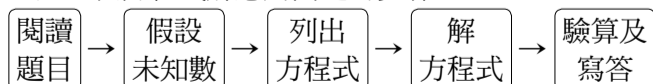
停車時段	收費方式
08:00~20:00	20 元/小時 該時段最多收 100 元
20:00~08:00	5 元/小時 該時段最多收 30 元

若進場與離場時間不在同一時段，則兩時段分別計費

- (A) $5x + 30$
 *(B) $5x + 50$
 (C) $5x + 150$
 (D) $5x + 200$

【解題策略】

一元一次方程式解應用問題的步驟：



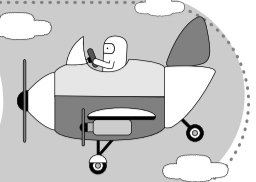
【解題過程】

阿虹 10:00 進場，到 20:00 共 10 小時

此時段最多收 100 元

故剩下時數為 $x - 10$ 小時

則停車費為 $100 + 5(x - 10) = 5x + 50$



1 二元一次式的列式

108國教會考21

小宜跟同學在某餐廳吃飯，右圖為此餐廳的菜單。若他們所點的餐點總共為 10 份義大利麵

- A餐：一份義大利麵
B餐：一份義大利麵加一杯飲料
C餐：一份義大利麵加一杯飲料與一份沙拉



， x 杯飲料， y 份沙拉，則他們點了幾份 A 餐？

- *(A) $10 - x$ (B) $10 - y$
(C) $10 - x + y$ (D) $10 - x - y$

【解題策略】

由「 x 杯飲料， y 份沙拉」再比較三種餐點的內容可知：C 餐共點了 _____ 份，B 餐共點了 _____ 份

【解題過程】

由 x 杯飲料可知：B、C 餐共點了 _____ 份
故 A 餐點了 $(10 - x)$ 份

2 代入消去法解二元一次聯立方程式

113國教會考3

若二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x - 3y = 28 \\ y = -3 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ ，

則 $a + b$ 之值為何？

- (A) -28 (B) -14 *(C) -4 (D) 14

【解題過程】

$$\begin{cases} 5x - 3y = 28 \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y = -3 \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

將 _____ 代入 _____ 得 $5x - 3 \times (-3) = 28$

$$\Rightarrow 5x + 9 = 28 \Rightarrow 14x = 28$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ 代入 } \textcircled{2} \text{ 得 } y = -3 \times 2 = -6$$

$$a + b = 2 + (-6) = -4$$

3 二元一次的列式

109國教會考25

右圖為有春蛋糕店的價目表，阿凱原本拿了 4 個蛋糕去結帳，結帳時發現該店正在舉辦優惠活動，優惠方式為每買 5 個蛋糕，其中 1 個價格最低的蛋糕免費，因此阿凱後來多買了 1 個黑櫻桃蛋糕。若阿凱原本的結帳金額為 x 元，後來的結帳金額為 y 元，則 x 與 y 的關係式不可能為下列何者？

蛋糕種類	伯爵茶蛋糕	鮮奶捲蛋糕	濃起司蛋糕	黑櫻桃蛋糕	水果派蛋糕	千層派蛋糕
每個價格	40元	45元	45元	55元	60元	70元

- (A) $y = x$ *(B) $y = x + 5$
(C) $y = x + 10$ (D) $y = x + 15$

【解題策略】

因為多買了黑櫻桃蛋糕，故最低價蛋糕可能 ≤ 55 元

【解題過程】

因為多買了 1 個黑櫻桃蛋糕，故最低價格應 _____ 55 元

依題目可列式 $y + \text{最低價格} = x + 55$

最低價格可能為 _____ 元、 _____ 元、 _____ 元

故可能的關係式為

$$y + 40 = x + 55, y + 45 = x + 55, y + 55 = x + 55$$

整理後為 $y = x + 15, y = x + 10, y = x$ ，選(B)

4 二元一次式的列式的應用

112國教會考16

已知某速食店販售的套餐內容為一片雞排和一杯可樂，且一份套餐的價錢比單點一片雞排再單點一杯可樂的總價錢便宜 40 元。阿俊打算到該速食店買兩份套餐，若他發現店內有單點一片雞排就再送一片雞排的促銷活動，且單點一片雞排再單點兩杯可樂的總價錢，比兩份套餐的總價錢便宜 10 元，則根據題意可得到下列哪一個結論？

- (A) 一份套餐的價錢必為 140 元
(B) 一份套餐的價錢必為 120 元
*(C) 單點一片雞排的價錢必為 90 元
(D) 單點一片雞排的價錢必為 70 元

【解題過程】

設單點雞排的錢為 x 元，單點可樂的錢為 y 元，套餐為 _____ 元

根據題意可知 $2(x + y - 40) = x + 2y + 10 \Rightarrow x = 90$

5 二元一次方程式的應用

111國教會考18

某鞋店正舉辦開學特惠活動，下圖為活動說明。

~~開學特惠活動~~

任選兩雙鞋，第二雙打6折

活動說明：

- ★ 兩雙鞋定價不同時以價低者折扣
- ★ 此活動不得與折價券合併使用

小徹打算在該店同時購買一雙球鞋及一雙皮鞋，且他有一張所有購買的商品定價皆打 8 折的折價券。若小徹計算後發現使用折價券與參加特惠活動兩者的花費相差 50 元，則下列敘述何者正確？

- (A) 使用折價券的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 100 元
*(B) 使用折價券的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 250 元
(C) 參加特惠活動的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 100 元
(D) 參加特惠活動的花費較少，且兩雙鞋的定價相差 250 元

【解題過程】

設定價較高的為 x 元，定價較低的為 y 元，則

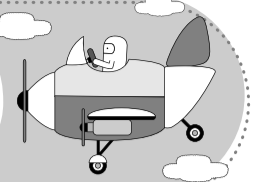
$$(1) 0.8(x + y) = x + 0.6y + 50$$

$$\Rightarrow 0.2x - 0.2y = -50$$

$$\Rightarrow x - y = -250$$

$$(2) 0.8(x + y) = x + 0.6y - 50 \Rightarrow 0.2x - 0.2y = 50 \Rightarrow x - y = 250$$

所以使用折價券較便宜，定價差了 250 元，故選(B)



1 點到直線的距離

111國教會考7

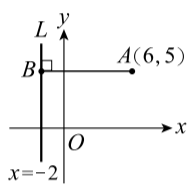
已知坐標平面上有一直線 L 與一點 A 。若 L 的方程式為 $x = -2$ ， A 點坐標為 $(6, 5)$ ，則 A 點到直線 L 的距離為何？

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 7
- * (D) 8

【解題策略】

坐標平面上與 y 軸平行的直線方程式為 $x = k$

【解題過程】



如圖， A 點到直線 L 的距離 $= 6 - (-2) = 8$

2 坐標平面的描點

109國教會考9

已知小薇住家的西方 100 公尺處為車站，住家的北方 200 公尺處為學校，且從學校往東方走 100 公尺，再往南方走 400 公尺可到達公園。若小薇將住家、車站、學校分別標示在坐標平面上的 $(2, 0)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(2, 4)$ 三點，則公園應標示在此坐標平面上的哪一點？

- * (A) $(4, -4)$
- (B) $(4, 12)$
- (C) $(0, -4)$
- (D) $(0, 12)$

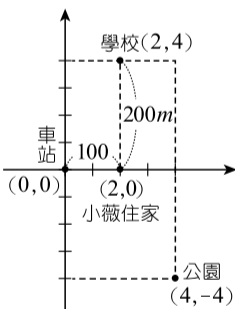
【解題過程】

小薇住家 $(2, 0)$ 與車站 $(0, 0)$ 相距為 100 公尺

故一個單位為 _____ 公尺

如圖所示，公園為學校往東 100 公尺再往南 400 公尺

故為往東 _____ 個單位，再往南 _____ 個單位
公園坐標為 $(4, -4)$

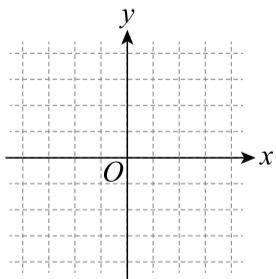


3 判斷坐標平面上的點移動後的坐標

114國教會考6

右圖為一坐標平面，若從平面上的點 $(-1, 2)$ 出發，向下移動再向右移動，則可能移動到下列哪一點？

- * (A) $(4, 1)$
- (B) $(4, 3)$
- (C) $(-4, 1)$
- (D) $(-4, 3)$



【解題策略】

以向右為 x 軸正向，向上為 y 軸正向

【解題過程】

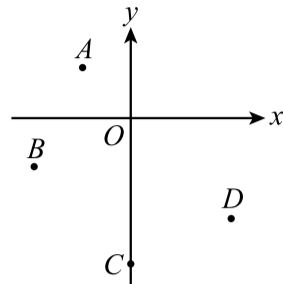
向下 \Rightarrow _____ 減少；向右 \Rightarrow _____ 增加
選項中僅有(A)符合 x 增加， y 減少的條件
答案選(A)

4 判斷象限

110國教會考1

右圖的坐標平面上有 A 、 B 、 C 、 D 四點。根據右圖中各點位置判斷，哪一個點在第二象限？

- * (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D

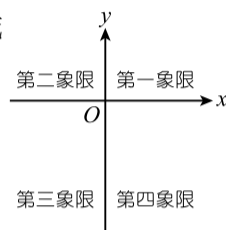


【解題策略】

如右圖，直角坐標平面被 x 軸與 y 軸分成四個區域

【解題過程】

- (A) A 點在第 _____ 象限
- (B) B 點在第三象限
- (C) C 點在 _____ 軸上
- (D) D 點在第四象限

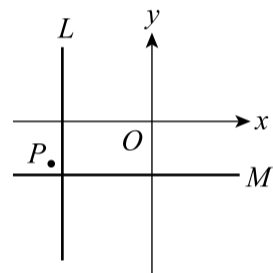


5 判斷直角坐標平面上點的位置

112國教會考7

如右圖，坐標平面上直線 L 的方程式為 $x = -5$ ，直線 M 的方程式為 $y = -3$ ， P 點的坐標為 (a, b) 。根據右圖中 P 點位置判斷，下列關係何者正確？

- * (A) $a < -5, b > -3$
- (B) $a < -5, b < -3$
- (C) $a > -5, b > -3$
- (D) $a > -5, b < -3$



【解題過程】

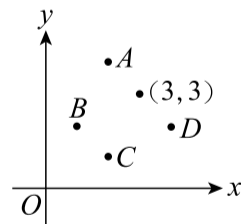
L 與 M 的交點為 $(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ ，
 P 點在 L 的左側， $a < -5$
且 P 點在 M 的上面， $b > -3$ ，故選(A)

6 坐標平面上點的表示法

110會考補考1

右圖的坐標面上有一點 $(3, 3)$ 與另外四點 A 、 B 、 C 、 D ，根據圖中各點的位置判斷，下列哪一點的坐標最可能為 $(1, 2)$ ？

- (A) A
- * (B) B
- (C) C
- (D) D

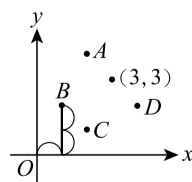


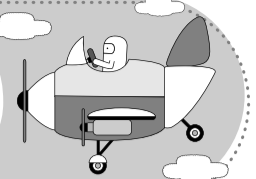
【解題策略】

若 P 點坐標為 (a, b) ，要找出 P 點位置，可由原點 $O(0, 0)$ 出發，先 x 軸向右移動 a 單位，再 y 軸向上移動 b 單位，就能達到坐標為 (a, b) 的 P 點

【解題過程】

如圖， $(1, 2)$ 在 $(3, 3)$ 的左側且 $2 < 3$
 \therefore 有可能為 B 或 C
又 y 坐標為 x 坐標的兩倍
答案選(B)





1 比例性質的應用問題

113國教會考13

右圖為阿成調整他的電腦畫面的解析度時看到的選項，當他從建議選項 1920×1080 調整成 1400×1050 時，由於比例改變 ($1920 : 1080 \neq 1400 : 1050$)，畫面左右會出現黑色區域，當比例不變就不會有此問題。判斷阿成將他的電腦畫面解析度從 1920×1080 調整成下列哪一種時，畫面左右不會出現黑色區域？

解析度
1920 × 1080 (建議選項)
1680 × 1050
1600 × 900
1440 × 900
1400 × 1050
1366 × 768
1360 × 768
1280 × 1024
1280 × 960

- (A) 1680×1050 *(B) 1600×900
(C) 1440×900 (D) 1280×1024

【解題策略】

與生活科技跨領域素養題。比例相等的解析度畫面就不會出現黑色區域，將所有比例化為最簡整數比做比較

【解題過程】

$1920 : 1080 = 16 : 9 \Rightarrow$ 要符合此比例才不會出現黑色區域將選項皆化為最簡整數比，並判斷是否等於 $16 : 9$

- (A) $1680 : 1050 = 56 : 35 \neq 16 : 9$
(B) $1600 : 900 = 16 : 9$
(C) $1440 : 900 = 16 : 10 \neq 16 : 9$
(D) $1280 : 1024 = 10 : 8 \neq 16 : 9$ ；答案選(B)

2 一元一次不等式的應用—情境圖

107國教會考13

右圖的宣傳單為萊克印刷公司設計與印刷卡片計價方式的說明，妮娜打算請此印刷公司設計一款母親節卡片並印刷，她再將卡片以每張 15 元的價格販售。若利潤等於收入扣掉成本，且成本只考慮設計費與印刷費，則她至少需印多少張卡片，才可使得卡片全數售出後的利潤超過成本的 2 成？



- (A) 112 (B) 121 *(C) 134 (D) 143

【解題策略】

在括號內圈出正確答案

2成 = (20%, 2%, 200%)

【解題過程】

設至少需印 x 張卡片 \Rightarrow 總收入： $15x > (1000 + 5x) \times$

$15x > 1200 + 5x, 9x > 1200, x > 133 \frac{1}{3}$ ，故選(C)

3 一元一次不等式的應用

109國教會考18

右圖為小麗和小歐依序進入電梯時，電梯因超重而警示音響起的過程



，且過程中沒有其他人進出。已知當電梯乘載的重量超過 300 公斤時警示音會響起，且小麗、小歐的重量分別為 50 公斤、70 公斤。若小麗進入電梯前，電梯內已乘載的重量為 x 公斤，則所有滿足題意的 x 可用下列哪一個不等式表示？

- *(A) $180 < x \leq 250$ (B) $180 < x \leq 300$
(C) $230 < x \leq 250$ (D) $230 < x \leq 300$

【解題策略】

依題意分別列出小麗與小歐進入電梯前的不等式

【解題過程】

小麗進入電梯後 $x + 50 \leq 300$

小歐進入電梯後 $x + 50 + 70 \leq 300$

故 $x \leq 250$ ，且 $x > 180 \Rightarrow 180 < x \leq 250$

4 比例式的應用

110國教會考24

小文原本計畫使用甲、乙兩臺影印機於 10:00 開始一起印製文件並持續到下午，但 10:00 時有人正在使用乙，於是他先使用甲印製，於 10:05 才開始使用乙一起印製，且到 10:15 時乙印製的總張數與甲相同，到 10:45 時甲、乙印製的總張數合計為 2100 張。若甲、乙的印製張數與印製時間皆成正比，則依照小文原本的計畫，甲、乙印製的總張數會在哪個時間達到 2100 張？

- (A) 10:40 (B) 10:41
*(C) 10:42 (D) 10:43

【解題過程】

甲印表機在 15 分鐘內所印的張數與乙印表機在 10 分鐘內所印的張數相同

設甲每分鐘印 x 張，乙每分鐘印 y 張

$15x = 10y \Rightarrow x : y = 2 : 3$

設 $x = 2r, y = 3r, r \neq 0$

$45 \times 2r + (45 - 5) \times 3r = 2100$

$\Rightarrow 90r + 120r = 2100, r = 10$

故甲、乙兩台印表機每分鐘共可印 $5 \times 10 = 50$ (張)

$\frac{2100}{50} = 42$

原本計畫在 10:42 時印到 2100 張

5 一元一次不等式的應用

110國教會考12

美美和小儀到超市購物，且超市正在舉辦摸彩活動，單次消費金額每滿 100 元可以拿到 1 張摸彩券。已知美美一次購買 5 盒餅乾拿到 3 張摸彩券；小儀一次購買 5 盒餅乾與 1 個蛋糕拿到 4 張摸彩券。若每盒餅乾的售價為 x 元，每個蛋糕的售價為 150 元，則 x 的範圍為下列何者？

- (A) $50 \leq x < 60$ *(B) $60 \leq x < 70$
(C) $70 \leq x < 80$ (D) $80 \leq x < 90$

【解題策略】

不等式的加減運算性質：不等號兩邊同時加或減一個數，大小關係不變

不等式的乘除運算性質：

- ① 不等號兩邊同時乘以或除以一個正數，大小關係不變
② 不等號兩邊同時乘以或除以一個負數，大小關係相反

【解題過程】

買 5 盒餅乾拿到 3 張摸彩券

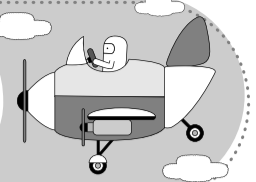
$5x \geq 300$ 且 $5x < 400$

$\therefore 60 \leq x < 80 \dots\dots ①$

$5x + 150 \geq 400$ 且 $5x + 150 < 500$

$\therefore 50 \leq x < 70 \dots\dots ②$

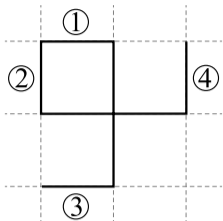
由①、②得知 $60 \leq x < 70$



1 線對稱圖形

114國教會考3

右圖方格紙格線上的八條等長線段形成一個線對稱圖形。圖中有四條線段標示上號碼，判斷擦去下列哪個選項中的兩條線段後，剩下的圖形不是線對稱圖形？



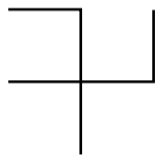
- (A) ①和②
(B) ①和③
*(C) ②和③
(D) ②和④

【解題策略】

能找出對稱軸的圖形即為線對稱圖形

【解題過程】

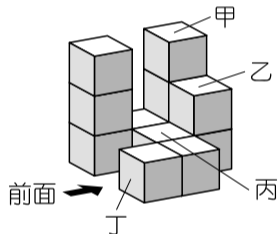
刪去②、③圖形如下圖，(C)非線對稱圖形



2 三視圖

112國教會考3

右圖的立體圖形由相同大小的正方體積木堆疊而成。判斷拿走右圖的哪一個積木後，此圖形前視圖的形狀會改變？



- (A) 甲
*(B) 乙
(C) 丙
(D) 丁

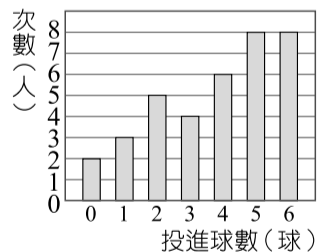
【解題過程】

前視圖的方向中，僅有_____沒有同一排的積木，因此取走_____會影響前視圖的形狀

3 中位數

109國教會考13

右圖為甲班36名學生參加投籃測驗的投進球數長條圖。判斷甲班學生中，有多少人的投進球數小於該班學生投球數的中位數？



- (A) 10 *(B) 14
(C) 17 (D) 18

【解題策略】

求 n 筆資料的中位數，若 n 為偶數，則中位數是第 $\frac{n}{2}$ 筆與第 $(\frac{n}{2} + 1)$ 筆資料的平均

1) 筆資料的平均

【解題過程】

$\because 36$ 為偶數， $\frac{36}{2} = 18$

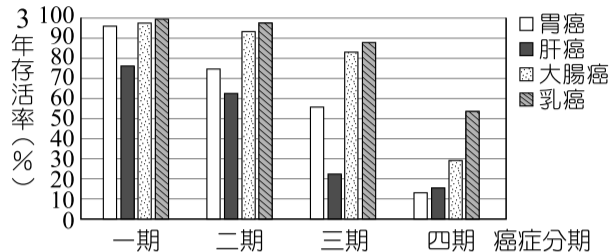
故中位數是第_____筆與第_____筆資料的平均

中位數 = $\frac{4+4}{2} = 4$ ，故所求為 $2+3+5+4 = 14$

4 統計圖表的判讀

113國教會考9

癌症分期是為了區別惡性腫瘤影響人體檢康的程度，某國統計2011年確診四種癌症一到四期的患者在3年後存活的比率(3年存活率)，並依據癌症類別與不同分期將資料整理成下圖。



甲、乙兩人對該國2011年確診上述四種癌症的患者提出看法如下：

- (甲) 一到四期的乳癌患者的3年存活率皆高於50%
(乙) 在這四種癌症中，三期與四期的3年存活率相差最多的是胃癌

對於甲、乙兩人的看法，下列判斷何者正確？

- (A) 甲、乙皆正確
(B) 甲、乙皆錯誤
*(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

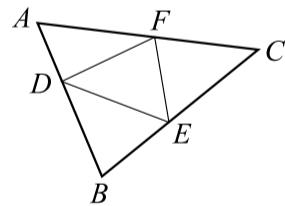
【解題過程】

- (甲) 乳癌一到四期的3年存活率皆大於50% \Rightarrow 正確
(乙) 胃癌：大約40%，肝癌：大約5%，大腸癌：大約50%，乳癌：大約30%
 \Rightarrow 大腸癌相差最多，錯誤

5 線對稱圖形的應用

110國教會考19

如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 三點分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上，且四邊形 $BEFD$ 是以 \overline{DE} 為對稱軸的線對稱圖形，四邊形 $CFDE$ 是以 \overline{FE} 為對稱軸的線對稱圖形。若 $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle DFE$ 的度數為何？



- (A) 65
(B) 70
(C) 75
*(D) 80

【解題策略】

線對稱圖形中，對稱角相等，對稱線段相等。

【解題過程】

\because 四邊形 $BEFD$ 是以 \overline{DE} 為對稱軸的線對稱圖形

$\therefore \angle C = \angle C = 40^\circ$

\because 四邊形 $CFDE$ 是以 \overline{FE} 為對稱軸的線對稱圖形

$\therefore \angle BED = \angle DEF, \angle DEF = \angle CEF$

$\angle BED = \angle DEF = \angle CEF = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

$\angle DFE = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$

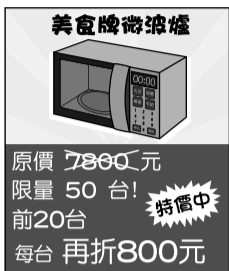


1 整數的四則運算

107國教會考10

右圖為大興電器行的促銷活動傳單，已知促銷第一天美食牌微波爐賣出 10 台，且其銷售額為 61000 元。若活動期間此款微波爐總共賣出 50 台，則其總銷售額為多少元？

- (A) 305000 (B) 321000
*(C) 329000 (D) 342000



【解題策略】

找出關鍵字句：微波爐總共賣出 50 台，又前 20 台每台折 800 元；分別求出折價與未折價的微波爐價錢

【解題過程】

第一天微波爐賣出 10 台，又前 20 台每台再折 800 元
故經過折價的微波爐一台 = $61000 \div 10 =$ _____
未折價的微波爐一台 = $6100 +$ _____ = _____
總銷售額 = $20 \times 6100 +$ _____ $\times 6900 = 329000$

2 活用最大公因數求質因數

108國教會考22

若正整數 a 和 420 的最大公因數為 35，則下列敘述何者正確？

- (A) 20 可能是 a 的因數，25 可能是 a 的因數
(B) 20 可能是 a 的因數，25 不可能是 a 的因數
*(C) 20 不可能是 a 的因數，25 可能是 a 的因數
(D) 20 不可能是 a 的因數，25 不可能是 a 的因數

【解題策略】

$(a, 420) = 35 = 5 \times 7 \Rightarrow a$ 必有質因數 _____、_____，但 a 和 420 沒有其他共同的質因數

【解題過程】

$\because 420 =$ _____ 且 $(a, 420) = 35 = 5 \times 7$
 $\therefore a$ 必有質因數 5 和 7，但沒有質因數 _____ 和 _____
 $\Rightarrow 20$ 不可能是 a 的因數，25 可能是 a 的因數

3 最大公因數

110國教會考22

若 a 、 b 為正整數，且 $a \times b = 2^5 \times 3^2 \times 5$ ，則下列何者不可能為 a 、 b 的最大公因數？

- (A) 1 (B) 6
*(C) 8 (D) 12

【解題策略】

$$a \times b = (a, b) \times [a, b]$$

【解題過程】

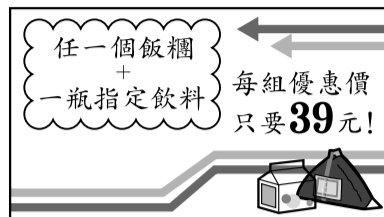
$a \times b$ 為 a 、 b 兩數的最大公因數與最小公倍數的乘積，且 $[a, b]$ 為 (a, b) 的倍數

- (A) $(a, b) = 1, [a, b] = 2^5 \times 3^2 \times 5$
(B) $(a, b) = 6 = 2 \times 3, [a, b] = 2^4 \times 3 \times 5$
(C) $(a, b) = 8 = 2^3, [a, b] = 2^2 \times 3^2 \times 5$
(D) $(a, b) = 12 = 2^2 \times 3, [a, b] = 2^3 \times 3 \times 5$
故選(C)

4 一元一次方程式的應用

110國教會考16

右圖為某超商促銷活動的內容，今阿賢到該超商拿相差 4 元的 2 種飯糰各 1 個結帳時，店員說：「要不要多買 2 瓶指定飲料？」



搭配促銷活動後 2 組優惠價的金額，只比你買 2 個飯糰的金額多 30 元。」若阿賢只多買 1 瓶指定飲料，且店員會以對消費者最便宜的方式結帳，則與原本只買 2 個飯糰相比，他要多付多少元？

- (A) 12 *(B) 13
(C) 15 (D) 16

【解題策略】

設未知數 x 並依題目列出一元一次方程式

【解題過程】

設兩種飯糰各為 _____ 元與 _____ 元

依題意列式得 $x + x + 4 + 30 = 39 + 39$

$$2x + 34 = 78, 2x = 44, x = 22$$

故兩種飯糰分別為 22 元與 26 元

阿賢原本只買兩個飯糰需付 $22 + 26 = 48$ (元)

若多買一瓶指定飲料則為 $39 + 22 = 61$ (元)

$$61 - 48 = 13$$

故阿賢要多付 13 元

5 一元一次不等式的應用

110國教會考非選擇題1

碳足跡標籤是一種碳排放量的標示方式，讓大眾了解某一產品或服務所產生的碳排放量多寡，如下圖所示。碳足跡標籤的數據標示有其規定，以「碳排放量大於 20 公克且不超過 40 公克」為例，此範圍內的碳足跡數據標示只有 20、22、24、……、38、40 公克等 11 個偶數；碳足跡數據標示決定於「碳排放量與這 11 個偶數之中的哪一個差距最小」，兩者對應標示的範例如下表所示。



碳排放量	碳足跡數據標示
20.2 公克	20 公克
20.8 公克	20 公克
21.0 公克	20 公克或 22 公克皆可
23.1 公克	24 公克

請根據上述資訊，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- 若有一個產品的碳足跡數據標示為 38 公克，則它可能的碳排放量之最小值與最大值分別為多少公克？
- 承(1)，當此產品的碳排放量減少為原本的 90% 時，請求出此產品碳足跡數據標示的所有可能情形。

【解題過程】

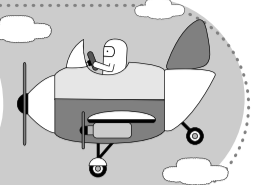
(1) 設碳排放量為 x 公克，當 $37 \leq x \leq 39$ ，碳足跡數據標示為 _____ 公克

故碳排放量最小值為 37 公克，碳排放量最大值為 39 公克

(2) $37 \times 90\% = 33.3$ ，碳足跡數據標示為 34 公克

$39 \times 90\% = 35.1$ ，碳足跡數據標示為 36 公克

故標示可能為 34 公克或 36 公克



1 乘法公式

110國教會考8

利用乘法公式判斷，下列等式何者成立？

- (A) $248^2 + 248 \times 52 + 52^2 = 300^2$
 (B) $248^2 - 248 \times 48 - 48^2 = 200^2$
 *(C) $248^2 + 2 \times 248 \times 52 + 52^2 = 300^2$
 (D) $248^2 - 2 \times 248 \times 48 - 48^2 = 200^2$

【解題策略】

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

【解題過程】

利用乘法公式可以得知

$$248^2 + 2 \times 248 \times 52 + 52^2 = (248 + 52)^2 = 300^2$$

$$248^2 - 2 \times 248 \times 48 + 48^2 = (248 - 48)^2 = 200^2$$

故答案選(C)

2 多項式的乘法

108國教會考3

計算 $(2x - 3)(3x + 4)$ 的結果，與下列哪一個式子相同？

- (A) $-7x + 4$ (B) $-7x - 12$
 (C) $6x^2 - 12$ *(D) $6x^2 - x - 12$

【解題策略】

乘法分配律 $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

【解題過程】

$$(2x - 3)(3x + 4) = 6x^2 + 8x - 9x - 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3 多項式的因式分解

113國教會考10

下列何者為多項式 $5x(5x - 2) - 4(5x - 2)^2$ 的因式分解？

- (A) $(5x - 2)(25x - 8)$
 (B) $(5x - 2)(5x - 4)$
 *(C) $(5x - 2)(-15x + 8)$
 (D) $(5x - 2)(-20x + 4)$

【解題策略】

提出公因式 $(5x - 2)$

【解題過程】

$$5x(5x - 2) - 4(5x - 2)^2 \dots\dots \text{提出公因式，使用分配律}$$

$$= (5x - 2)[5x - 4(\underline{\hspace{1cm}})] \dots\dots \text{去括號注意正負數}$$

$$= (5x - 2)(5x - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= (5x - 2)(\underline{\hspace{1cm}})，\text{答案選(C)}$$

4 多項式的減法

109會考補考4

$(2x^2 + 5) - (x + 5)$ 經化簡後可得到下列何者？

- (A) x^2
 (B) $2x$
 *(C) $2x^2 - x$
 (D) $2x^2 - x + 10$

【解題策略】

去掉括號時，若括號前的運算符號為減號，記得變號

【解題過程】

$$\text{原式} = 2x^2 + 5 - x - 5 = 2x^2 - x$$

5 多項式的除法

111國教會考2

計算多項式 $6x^2 + 4x$ 除以 $2x^2$ 後，得到的餘式為何？

- (A) 2
 (B) 4
 (C) $2x$
 *(D) $4x$

【解題策略】

若 A 為被除式， B 為除式， Q 為商式， R 為餘式，其中 $B \neq 0$

$$\text{則可表示成 } \frac{A}{B} = Q + \frac{R}{B}$$

【解題過程】

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2x^2 \overline{)6x^2 + 4x} \\ \underline{6x^2} \\ 4x \end{array}$$

\therefore 餘式為 $4x$

6 乘法公式的應用

107內壢特招22

若一長方形對角線長為 $2\sqrt{5}$ ，該長方形面積為 6，則此長方形長的平方與寬的平方之差可能為何？

- (A) 4 (B) 8
 (C) 14 *(D) 16

【解題策略】

(1) 長方形的對角線長 = $\sqrt{\text{長}^2 + \text{寬}^2}$

(2) 長方形面積 = $\text{長} \times \text{寬}$

(3) 和的平方： $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(4) 差的平方： $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

【解題過程】

設長方形的長為 a 、寬為 b

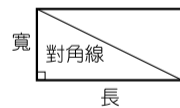
對角線長的平方 = $a^2 + b^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

長方形面積 = $ab = 6$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 20 + 2 \times 6 = 32 \Rightarrow a + b = \sqrt{32}$

$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 20 - 2 \times 6 = 8 \Rightarrow a - b = \sqrt{8}$

長方形長的平方與寬的平方之差 = $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$
 $= \sqrt{32} \times \sqrt{8} = 16$





1 根式的有理化

113國教會考11

將 $\frac{9}{4-\sqrt{7}}$ 化簡為 $a+b\sqrt{7}$ ，其中 $a、b$ 為整數，求

$a+b$ 之值為何？

- *(A) 5 (B) $3\sqrt{7}$
(C) -9 (D) -15

【解題過程】

$$\frac{9}{4-\sqrt{7}} = \frac{9(4+\sqrt{7})}{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}$$

$$= \frac{9(4+\sqrt{7})}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\Rightarrow a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}$
 $\Rightarrow a+b = 4+1 = 5$

2 根式的運算

114國教會考8

計算 $(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) \times \sqrt{2}$ 的結果，與下列何者相同？

- (A) $4\sqrt{3}$
(B) $6\sqrt{3}$
*(C) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
(D) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

【解題策略】

利用分配律，將每一項都乘以 $\sqrt{2}$

【解題過程】

$$(2\sqrt{3} \times \sqrt{6}) \times \sqrt{2} = 2\sqrt{6} + \sqrt{12} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$$

3 二次方根的意義

111國教會考6

$\sqrt{2022}$ 的值介於下列哪兩個數之間？

- (A) 25, 30 (B) 30, 35
(C) 35, 40 *(D) 40, 45

【解題策略】

先找出最接近 $\sqrt{2022}$ 的數，再找出其範圍

【解題過程】

$$35^2 = 1225 \Rightarrow \sqrt{1225} = 35$$

$$40^2 = 1600 \Rightarrow \sqrt{1600} = 40$$

$$45^2 = 2025 \Rightarrow \sqrt{2025} = 45$$

且 $\sqrt{1600} < \sqrt{2022} < \sqrt{2025}$
故 $40 < \sqrt{2022} < 45$

4 根式的加減

108國教會考5

若 $\sqrt{44} = 2\sqrt{a}$ ， $\sqrt{54} = 3\sqrt{b}$ ，則 $a+b$ 之值為何？

- (A) 13 *(B) 17
(C) 24 (D) 40

【解題策略】

化為最簡根式後，同類方根才可進行加減運算

【解題過程】

$$\sqrt{44} = \sqrt{2^2 \times 11} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \therefore b = \underline{\hspace{2cm}}$$

故 $a+b = 11+6 = 17$

5 用電算器求值

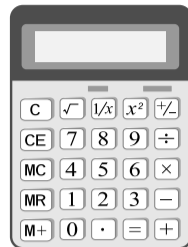
106國教會考25

如右圖，某計算機中有 $\sqrt{\quad}$ 、 $\sqrt[\square]{\quad}$ 、 x^{\square} 三個按鍵，以下是這三個按鍵的功能。

- (1) $\sqrt{\quad}$ ：將螢幕顯示的數變成它的正平方根，例如：螢幕顯示的數為 49 時，按下 $\sqrt{\quad}$ 後會變成 7。
(2) $\sqrt[\square]{\quad}$ ：將螢幕顯示的數變成它的倒數，例如：螢幕顯示的數為 25 時，按下後 $\sqrt[\square]{\quad}$ 會變成 0.04。
(3) x^{\square} ：將螢幕顯示的數變成它的平方，例如：螢幕顯示的數為 6 時，按下 x^{\square} 後會變成 36。

若螢幕顯示的數為 100 時，小劉第一下按 $\sqrt{\quad}$ ，第二下按 $\sqrt[\square]{\quad}$ ，第三下按 x^{\square} ，之後以 $\sqrt{\quad}$ 、 $\sqrt[\square]{\quad}$ 、 x^{\square} 的順序輪流按，則當他按了第 100 下後螢幕顯示的數是多少？

- (A) 0.01
*(B) 0.1
(C) 10
(D) 100



【解題策略】

找出按 $\sqrt{\quad}$ 、 $\sqrt[\square]{\quad}$ 、 x^{\square} 的規律性

【解題過程】

第 1 下 $\sqrt{\quad}$ ： $\sqrt{100} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 2 下 $\sqrt[\square]{\quad}$ ： $\frac{1}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

第 3 下 x^{\square} ： $(0.1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 4 下 $\sqrt{\quad}$ ： $\sqrt{0.01} = \underline{\hspace{2cm}}$

第 5 下 $\sqrt[\square]{\quad}$ ： $\frac{1}{0.1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 6 下 x^{\square} ： $(10)^2 = 100$

由上推得，依此順序按到第 6 下時會回到 100，亦即每 $\underline{\hspace{1cm}}$ 下為一個循環

$\therefore 100 \div 6 = 16 \cdots 4$ ，故按 100 下與按第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 下皆為 0.1

\Rightarrow 當按了第 100 下時，螢幕顯示的數為 0.1

6 根式的運算

110國教會考6

下列等式何者不成立？

- (A) $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
(B) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
*(C) $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
(D) $4\sqrt{3} \div 2\sqrt{3} = 2$

【解題策略】

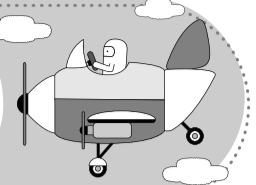
①根式的加減是將同類方根合併化簡

②若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

若 $a \geq 0, b > 0$ ，則 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

【解題過程】

(C) $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (4 \times 2) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3})$
 $= 8 \times \underline{\hspace{1cm}}$
 $= \underline{\hspace{1cm}}$



1 利用十字交乘法做因式分解

111國教會考8

多項式 $39x^2 + 5x - 14$ 可因式分解成 $(3x+a)(bx+c)$ ，其中 $a、b、c$ 均為整數，求 $a+2c$ 之值為何？

- *(A) -12
- (B) -3
- (C) 3
- (D) 12

【解題過程】

$$39x^2 + 5x - 14 = (3x+2)(13x-7)$$

$$a=2, b=13, c=-7$$

$$a+2c=2+2 \times (-7) = -12$$

2 乘法公式作因式分解

106國教會考17

若 $a、b$ 為兩質數且相差 2，則 $ab+1$ 之值可能為下列何者？

- (A) 39^2
- (B) 40^2
- (C) 41^2
- *(D) 42^2

【解題策略】

利用 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 公式作因式分解

【解題過程】

設 $b=a+2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow ab+1 &= a \times \underline{\hspace{2cm}} + 1 \\ &= a^2 + 2a + 1 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$\therefore a$ 為質數

$\therefore a+1 > 0$

- (A) 當 $a+1=39$ 時， $a=38$ ，則 a 不是質數
- (B) 當 $a+1=40$ 時， $a=39$ ，則 a 不是質數
- (C) 當 $a+1=41$ 時， $a=40$ ，則 a 不是質數
- (D) 當 $a+1=42$ 時， $a=41$ ， $a+2=41+2=43$ ，此時 a 和 $a+2$ 均為質數

3 一元二次方程式的解

109國教會考10

若一元二次方程式 $5(x-4)^2=125$ 的解為 $a、b$ ，且 $a > b$ ，則 $2a+b$ 之值為何？

- (A) -7
- (B) -1
- (C) 11
- *(D) 17

【解題策略】

將一數代入一元二次方程式的未知數中，可使等式成立，則此數稱為此方程式的解（或根）

【解題過程】

$$\text{原式} \Rightarrow (x-4)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x-4 = \pm 5, x=9 \text{ 或 } -1$$

$\therefore a > b$

$$\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \times 9 + (-1) = 17$$

4 一元二次方程式的解

114國教會考13

已知甲方程式為 $(x-4)^2=9$ ，乙方程式為 $(x+9)^2=-4$ 。關於甲、乙兩方程式的解的情形，下列敘述何者正確？

- *(A) 甲有兩個相異的解，乙無解
- (B) 甲有兩個相異的解，乙有兩個相異的解
- (C) 甲有兩個相同的解，乙無解
- (D) 甲有兩個相同的解，乙有兩個相異的解

【解題策略】

將一數代入一元二次方程式的未知數中，可使等式成立，則此數稱為此方程式的解（或根）

【解題過程】

$$\text{甲: } x-4 = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x=4 \pm 3 \text{ (相異兩根)}$$

$$\text{乙: } x+9 = \pm\sqrt{-4} \text{ (根號內不得為負，無實數解)}$$

5 一元二次方程式的配方法

109會考補考12

一元二次方程式 $x^2+5x=0$ 可配方成 $(x+a)^2=b$ 的形式，其中 $a、b$ 為兩數，求 $a+b$ 之值為何？

(A) $-\frac{15}{4}$

*(B) $\frac{35}{4}$

(C) 0

(D) 5

【解題過程】

$$x^2+5x + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a+b = \frac{35}{4}$$

6 利用乘法公式作因式分解

112國教會考2

下列何者為多項式 x^2-36 的因式？

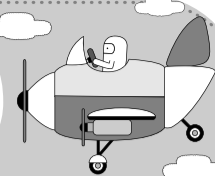
- (A) $x-3$
- (B) $x-4$
- *(C) $x-6$
- (D) $x-9$

【解題策略】

平方差公式： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

【解題過程】

$$\text{原式} = x^2 - 6^2 = (x - \underline{\hspace{2cm}})(x + \underline{\hspace{2cm}})$$



1 等差數列的應用

112國教會考15

若想在等差數列 1, 2, 3, 4, 5 中插入一些數，使得新的數列也是等差數列，且新的數列的首項仍是 1，末項仍是 5，則新的數列的項數可能為下列何者？

- (A) 11 (B) 15 (C) 30 *(D) 33

【解題過程】

若新數列仍為等差數列，則 1、2、3、4、5 的每一個間格都要塞入 k 個數字，且 k 為正整數，故新的數列項數為 $5 + 4k$

- (A) $5 + 4k = 11, k = \frac{3}{2}$ (不合)
 (B) $5 + 4k = 15, k = \frac{5}{2}$ (不合)
 (C) $5 + 4k = 30, k = \frac{25}{4}$ (不合)
 (D) $5 + 4k = 33, k = 7$ (合)

2 判別等差數列

107國教會考16

若小舒從 1 ~ 50 的整數中挑選 4 個數，使其由小到大排序後形成一等差數列，且 4 個數中最小的是 7，則下列哪一個數不可能出現在小舒挑選的數之中？

- (A) 20 (B) 25 *(C) 30 (D) 35

【解題策略】

在一數列中，任意相鄰兩項其後項減前項的差都相等時，此數列稱為 _____，而這個相差值稱為 _____。

【解題過程】

等差數列中，首項為 7

(A) $20 - 7 = 13 \Rightarrow 7, \textcircled{20}, \underline{\quad}, \underline{\quad}$ 寫出等差數列

(B) $25 - 7 = 18$
 $(1) 18 \div 2 = 9 \Rightarrow 7, 16, \textcircled{25}, \underline{\quad}$ 寫出等差數列

(2) $18 \div 3 = 6 \Rightarrow 7, 13, 19, \textcircled{25}$

(C) $30 - 7 = 23 \Rightarrow 7, 30, 53 \Rightarrow$ 無法找出等差數列

(D) $35 - 7 = 28, 28 \div 2 = 14 \Rightarrow 7, 21, \textcircled{35}, 49$

3 等差數列的性質

110國教會考13

已知 a_1, a_2, \dots, a_{40} 為一等差數列，其中 a_1 為正數，且 $a_{20} + a_{22} = 0$ 。判斷下列敘述何者正確？

- (A) $a_{21} + a_{22} > 0$ *(B) $a_{21} + a_{22} < 0$
 (C) $a_{21} \times a_{22} > 0$ (D) $a_{21} \times a_{22} < 0$

【解題策略】

若 y 為 x 與 z 的等差中項，則 $y = \frac{x+z}{2}$

【解題過程】

設此等差數列的公差為 d

$$a_{21} = \frac{a_{20} + a_{22}}{2} = 0$$

$$a_1 + 20d = 0 \text{ 且 } a_1 \text{ 為正數，故 } d < 0$$

$$a_{21} + a_{22} = 0 + a_{22} = 0 + a_{21} + d < 0$$

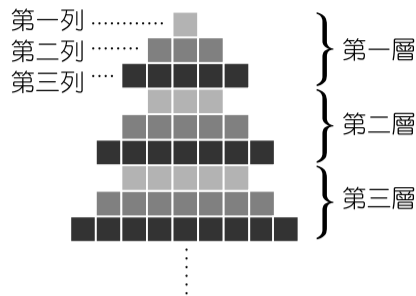
$$\therefore a_{21} + a_{22} < 0$$

$$a_{21} \times a_{22} = 0 \times a_{22} = 0$$

4 等差級數總和

113國教會考5

阿賢利用便利貼拼成一個聖誕樹圖案，聖誕樹圖案共有 10 層，每一層由三列的便利貼拼成，前 3 層如右圖所示。若同一層中每一列皆比前一列多 2 張，且每一層第一列皆比前一層第一列多 2 張，則此聖誕樹圖案由多少張便利貼拼成？



- (A) 354 *(B) 360
 (C) 384 (D) 390

【解題過程】

$$\text{第一層有 } 1 + 3 + 5 = 9 = a_1$$

$$\text{第二層有 } 3 + 5 + 7 = 15 = a_2$$

$$\text{第三層有 } 5 + 7 + 9 = 21 = a_3$$

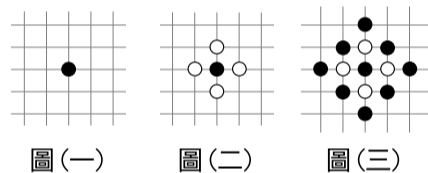
$$\Rightarrow d = \underline{\quad}, a_{10} = 9 + 9 \times 6 = \underline{\quad}$$

$$S_{10} = \frac{9 + 63}{2} \times 10 = \underline{\quad}$$

5 觀察規律

106內壢特招24

阿武和小煜兩人輪流在圍棋盤上擺放棋子，阿武拿黑子，小煜拿白子，擺放步驟如下：



第一步驟：阿武拿 1 顆黑子，放在棋盤的正中央，如圖(一)

第二步驟：小煜將所有與第一步驟棋子相連的空交叉點上擺放白子，如圖(二)所示

第三步驟：阿武將所有與第二步驟棋子相連的空交叉點上擺放黑子，如圖(三)所示

……，依此規則，即將所有與前一步驟棋子相連的空交叉點擺放棋子。

請問當完成第八步驟後，棋盤上黑子與白子的數量關係為何？

- *(A) 白子比黑子多 15 顆
 (B) 白子比黑子多 17 顆
 (C) 黑子比白子多 15 顆
 (D) 黑子比白子多 17 顆

【解題策略】

觀察規律找出每一步驟黑子與白子的數量關係

【解題過程】

在括號內圈出正確答案

圖(一)：(黑子多，白子多)，相差 = $1^2 - 0 = 1$

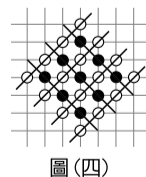
圖(二)：(黑子多，白子多)，相差 = $2^2 - 1 = 3$

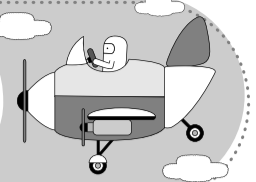
圖(三)：(黑子多，白子多)，相差 = $3^2 - 2^2 = 5$

圖(四)：(黑子多，白子多)，相差 = $4^2 - 3^2 = 7$

第八步驟為圖(八)，且觀察偶數項的圖皆是白子比黑子多

\Rightarrow 圖(八)白子與黑子相差 $\underline{\quad} - \underline{\quad} = 15$





1 一次函數的應用

108國教會考16

小涵與阿嘉一起去咖啡店購買同款咖啡豆，咖啡豆每公克的價錢固定，購買時自備容器則結帳金額再減 5 元。若小涵購買咖啡豆 250 公克且自備容器，需支付 295 元；阿嘉購買咖啡豆 x 公克但沒有自備容器，需支付 y 元，則 y 與 x 的關係式為下列何者？

- (A) $y = \frac{295}{250}x$ *(B) $y = \frac{300}{250}x$
(C) $y = \frac{295}{250}x + 5$ (D) $y = \frac{300}{250}x + 5$

【解題策略】

- (1) 購買咖啡豆 250 公克且自備容器，需支付 295 元，表示原價為 $295 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 元
(2) 單價固定時，總價 y 與重量 x 成正比，其關係式為 $y = kx$ ， $k \neq 0$

【解題過程】

由題意可知，咖啡豆每公克 $\frac{295+5}{250}$ 元

∴ y 與 x 的關係式為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

2 通過一次函數的點

107國教會考3

已知坐標平面上，一次函數 $y = 3x + a$ 的圖形通過點 $(0, -4)$ ，其中 a 為一數，求 a 的值為何？

- (A) -12 *(B) -4
(C) 4 (D) 12

【解題策略】

$(0, -4)$ 為一次函數 $y = 3x + a$ 的解

【解題過程】

將 $(0, -4)$ 代入 $y = 3x + a \Rightarrow -4 = \underline{\hspace{2cm}} + a \Rightarrow a = -4$

3 線性函數圖形

102試辦會考3

有一座水池內部呈長方體，水深為 500 公分。小明想要將水池內的水，以每 30 分鐘下降 40 公分的速率，等速放水 5 小時。若經過 x 分鐘後，水深為 y 公分，則下列哪一個圖形可以表示 x 、 y 的關係？

- (A) *(B) (C) (D)

【解題策略】

圖形為經過 x 分鐘，水深為 y 公分的變化 \Rightarrow 找出放水 5 小時後的水深

【解題過程】

每 30 分鐘下降 40 公分 \Rightarrow 每分鐘下降 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分

5 小時 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 分鐘

5 小時總共下降 $300 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公分)

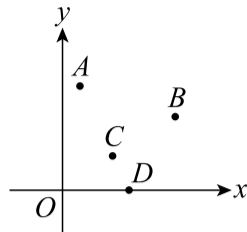
故等速放水 5 小時後，水深為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分，選(B)

4 線型函數的圖形

109國教會考11

右圖的坐標平面上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，其中恰有三點在函數 $y = px + q$ 圖形上，且 p 、 q 為兩數。根據圖中四點的位置，判斷下列哪一點不在函數 $y = px + q$ 的圖形上？

- (A) A *(B) B (C) C (D) D

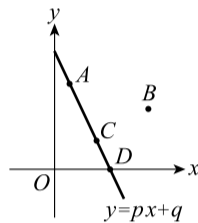


【解題策略】

函數 $y = ax + b$ 的圖形為一直線，且滿足該函數的點皆在這條直線上

【解題過程】

函數 $y = px + q$ 的圖形為一 $\underline{\hspace{2cm}}$
如圖， A 、 C 、 D 三點皆在該函數圖形上，故只有 B 點不在圖形上



5 線型函數的圖形

112國教會考5

坐標平面上，一次函數 $y = -2x - 6$ 的圖形通過下列哪一個點？

- (A) $(-4, 1)$ *(B) $(-4, 2)$
(C) $(-4, -1)$ (D) $(-4, -2)$

【解題策略】

若 a 、 b 為常數，則函數 $y = ax + b$ 稱為線型函數

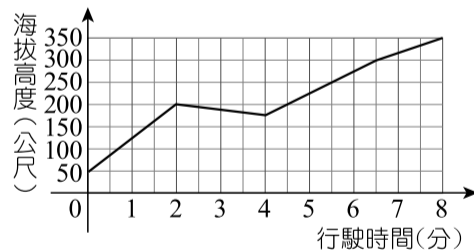
【解題過程】

將 $x = -4$ 代入，可得 $y = -2 \times (-4) - 6 = 2$ ，故一次函數圖形通過 $(-4, 2)$

6 線性函數的圖形

110國教會考7

已知纜車從起點行駛到終點需花費 8 分鐘，下圖表示行駛過程中纜車的海拔高度與行駛時間的關係。

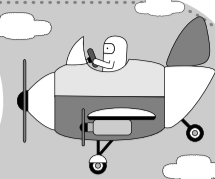


根據下圖判斷，下列敘述何者正確？

- (A) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升
*(B) 終點的海拔高度比起點高 300 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升
(C) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的前 4 分鐘都在上升
(D) 終點的海拔高度比起點高 350 公尺，行駛時間的末 4 分鐘都在上升

【解題過程】

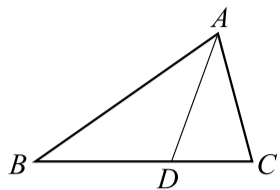
- ① $350 - 50 = 300$ ，終點的海拔高度比起點高 300 公尺
② 行駛時間 0~2 分鐘與 4~8 分鐘皆在上升
行駛時間 2~4 分鐘在下降



1 垂直平分線，三角形的內角與外角

110國教會考25

如右圖，銳角三角形 ABC 中， D 點在 \overline{BC} 上， $\angle B = \angle BAD = \angle CAD$ 。今欲在 \overline{AD} 上找一點 P ，使得 $\angle APC = \angle ADB$ ，以下是甲、乙兩人的作法：



- (甲) 作 \overline{AC} 的中垂線交 \overline{AD} 於 P 點，則 P 即為所求
(乙) 以 C 為圓心， \overline{CD} 長為半徑畫弧，交 \overline{AD} 於異於 D 點的一點 P ，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【解題過程】

設 $\angle B = \angle BAD = \angle CAD = x$

$\angle ADB = 180^\circ - 2x$

(甲) 作 \overline{AC} 的中垂線

$\therefore \overline{PA} = \overline{PC}$ ， $\angle PCA = \angle CAD = x$

$\therefore \angle APC = 180^\circ - 2x$

$\angle ADB = \angle APC$

故甲正確

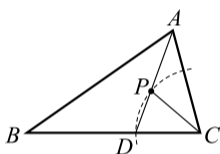
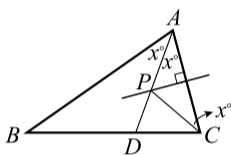
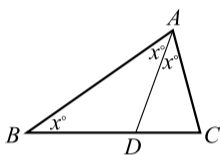
(乙) $\angle B = \angle BAD = x$ ， $\angle ADC = 2x$ (外角定理)

$\angle ADB = 180^\circ - 2x$ ， $\angle ADC = \angle CPD = 2x$

$\angle APC = 180^\circ - 2x$

$\therefore \angle ADB = \angle APC$

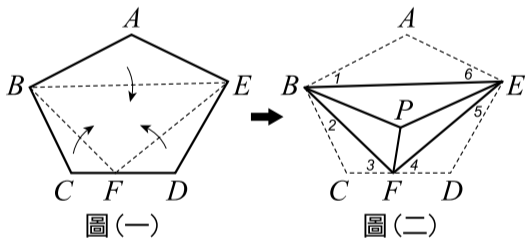
故乙正確



2 三角形的邊角關係

114國教會考20

圖(一)為一張五邊形紙片 $ABCDE$ ， F 點在 \overline{CD} 上，且以 \overline{BE} 、 \overline{BF} 、 \overline{FE} 為摺線將紙片向內摺至同一平面後， A 、 C 、 D 恰重疊在同一點 P ，如圖(二)所示。



若 $\overline{BE} > \overline{FE} > \overline{BF}$ ，則根據圖(二)中標示的角，判斷下列敘述何者正確？

- (A) $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$
(B) $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 < \angle 5 + \angle 6$
(C) $\angle 3 + \angle 4 \neq 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$
(D) $\angle 3 + \angle 4 \neq 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 < \angle 5 + \angle 6$

【解題策略】

三角形的邊角關係為「大邊對大角、小邊對小角」(反之亦然)

【解題過程】

由題意可知

$\angle 3 = \angle PFB$ ， $\angle 4 = \angle PFE$

$\angle 1 = \angle PBE$ ， $\angle 6 = \angle PEB$

$\angle 2 = \angle PBF$ ， $\angle 5 = \angle PEF$

且 $\angle 3 + \angle 4 + \angle PFB + \angle PFE = 180^\circ \Rightarrow \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = \angle PBE + \angle PBF = \angle FBE$

$\angle 5 + \angle 6 = \angle PEF + \angle PEB = \angle FEB$ ， $\angle 3 + \angle 4 = \angle BFE$

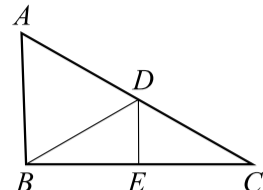
且在 $\triangle BEF$ 中， $\overline{BE} > \overline{FE} > \overline{BF} \Rightarrow \angle BFE > \angle FBE > \angle FEB$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 > \angle 5 + \angle 6$ ，故選(A)

3 垂直平分線與角平分線性質

105國教會考12

如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AC} 、 \overline{BC} 上， \overline{DE} 為 \overline{BC} 的中垂線， \overline{BD} 為 $\angle ADE$ 的角平分線。若 $\angle A = 58^\circ$ ，則 $\angle ABD$ 的度數為何？



- (A) 58 (B) 59 (C) 61 *(D) 62

【解題策略】

垂直平分線性質：

一線段的垂直平分線上任一點與該線段的兩端點等距離

【解題過程】

(1) \overline{DE} 為 \overline{BC} 的中垂線 $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}$ $\therefore \triangle BDC$ 為等腰三角形
故 $\angle BDE = \angle CDE$

(2) 又 \overline{BD} 為 $\angle ADE$ 的角平分線 $\Rightarrow \angle ADB = \angle BDE$

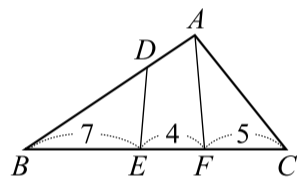
(3) $\angle ADB + \angle BDE + \angle CDE = 180^\circ$

$\angle ADB = \angle BDE = \angle CDE = 60^\circ$ ， $\angle ABD = 180^\circ - 58^\circ - 60^\circ = 62^\circ$

4 三角形的 ASA 全等性質

111國教會考23

$\triangle ABC$ 的邊上有 D 、 E 、 F 三點，各點位置如右圖所示。若 $\angle B = \angle FAC$ ， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ， $\angle BDE = \angle C$ ，則根據圖中標示的長度，求四邊形 $ADEF$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比為何？



- (A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 5 *(D) 3 : 8

【解題策略】

若兩三角形的兩角及其夾邊分別對應相等，則兩個三角形全等 (ASA 全等)

【解題過程】

$\therefore \angle B = \angle FAC$ ， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ， $\angle BDE = \angle C$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ACF$ (ASA 全等)

$\triangle ABF$ 面積： $\triangle ACF$ 面積 = $\overline{BF} : \overline{FC} = 11 : 5$

又 $\triangle BDE \cong \triangle ACF$

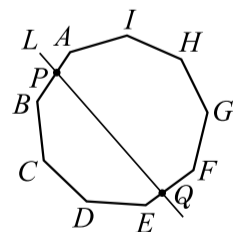
故 $\triangle BDE$ 面積： $\triangle ACF$ 面積 = $5 : (11 - 5) = 5 : 6$

四邊形 $ADEF$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 = $6 : (5 + 6 + 5) = 3 : 8$

5 多邊形的內角與內角和

109國教會考22

如右圖，直線 L 將正九邊形 $ABCDEFGHI$ 分割成兩個區域，且分別與 \overline{AB} 、 \overline{EF} 相交於 P 點、 Q 點。若 $\angle APQ$ 的外角為 75° ，則 $\angle PQE$ 的度數為何？



- (A) 75 *(B) 85 (C) 95 (D) 105

【解題策略】

n 邊形的內角和 = $180^\circ \times (n - 2)$

正 n 邊形每一個內角 = $\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$

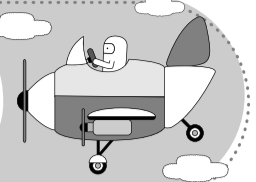
【解題過程】

正九邊形的每一個內角 = $\frac{180^\circ \times (9 - 2)}{9} = 140^\circ$

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 140^\circ$ ， $\angle BPQ = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

六邊形內角和 = $180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$

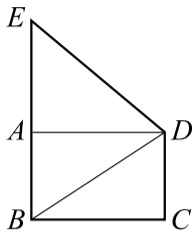
$\angle PQE = 720^\circ - 75^\circ - 4 \times 140^\circ = 85^\circ$



1 特殊四邊形與梯形

110國教會考4

如右圖，矩形 $ABCD$ 、 $\triangle BDE$ 中， A 點在 \overline{BE} 上。若矩形 $ABCD$ 的面積為 20， $\triangle BDE$ 的面積為 24，則 $\triangle ADE$ 的面積為何？



- (A) 10
(B) 12
*(C) 14
(D) 16

【解題過程】

$$\triangle BCD \text{ 面積} = \triangle ABD \text{ 面積} = \frac{20}{2} = 10$$

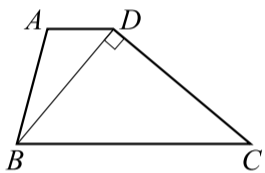
$$\text{又 } \triangle BDE \text{ 面積} = 24$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 面積} = 24 - 10 = 14$$

2 平行線的截角性質

112國教會考8

如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\angle ADC = 140^\circ$ ，且 $\overline{BD} \perp \overline{CD}$ ，則 $\angle DBC$ 的度數為何？



- (A) 30
(B) 40
*(C) 50
(D) 60

【解題策略】

兩平行線被一直線所截，所形成的同位角相等，同側內角互補，內錯角相等

【解題過程】

$$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

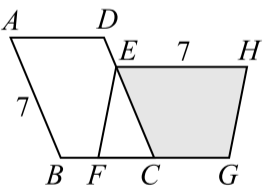
$$\therefore \angle ADB = \angle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{內錯角相等})$$

$$\angle ADB = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ = \angle DBC$$

3 平行四邊形：對角相等

113國教會考18

如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 與平行四邊形 $EFGH$ 全等，且 A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別是 H 、 E 、 F 、 G ，其中 E 在 \overline{DC} 上， F 在 \overline{BC} 上， C 在 \overline{FG} 上。若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{FC} = 3$ ，則四邊形 $ECGH$ 的周長為何？



- *(A) 21
(B) 20
(C) 19
(D) 18

【解題過程】

$$\text{平行四邊形 } ABCD \cong \text{平行四邊形 } HEFG$$

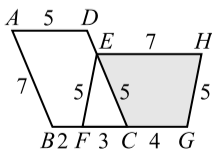
$$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{EF} = \overline{GH} = 5$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{FG} = \overline{EH} = 7$$

$$\Rightarrow \text{且 } \angle EFC = \angle ECF \quad \therefore \overline{EC} = \overline{EF} = 5$$

$$\overline{CG} = \overline{FG} - \overline{FC} = 7 - 3 = 4$$

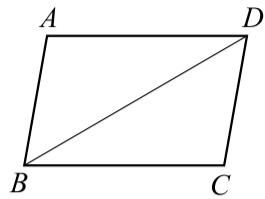
$$\text{四邊形 } ECGH \text{ 周長} = 4 + 5 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



4 平行四邊形的性質

109國教會考5

如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 100^\circ$ 。若 $\angle ABD : \angle DBC = 3 : 2$ ，則 $\angle DBC$ 的度數為何？



- *(A) 32 (B) 40
(C) 48 (D) 60

【解題策略】

平行四邊形同側內角 _____

【解題過程】

平行四邊形 $ABCD$ 中 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

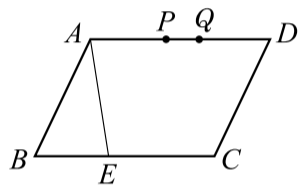
$\angle A$ 與 $\angle ABC$ 互補，故 $\angle A + \angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\angle DBC = 80^\circ \times \frac{2}{3+2} = 32^\circ$$

5 平行線距離的應用

109國教會考15

平行四邊形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， P 、 Q 兩點在 \overline{AD} 上，其位置如右圖所示。若 \overline{PB} 與 \overline{AE} 相交於 R 點， \overline{QB} 與 \overline{AE} 相交於 S 點，則下列三角形面積的大小關係，何者正確？



- (A) $\triangle PBE > \triangle QBE$ ， $\triangle PRE > \triangle QSE$
(B) $\triangle PBE < \triangle QBE$ ， $\triangle PRE < \triangle QSE$
(C) $\triangle PBE = \triangle QBE$ ， $\triangle PRE > \triangle QSE$
*(D) $\triangle PBE = \triangle QBE$ ， $\triangle PRE < \triangle QSE$

【解題策略】

利用「兩條平行線之間的距離處處相等」的性質，可做等面積的圖形應用

【解題過程】

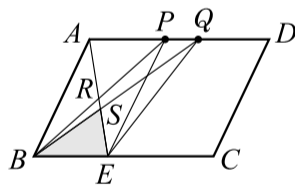
$$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC} \quad \therefore \triangle PBE = \triangle QBE \quad (\text{同底等高})$$

$$\therefore \triangle PRE = \triangle PBE - \triangle RBE，$$

$$\triangle QSE = \triangle QBE - \triangle SBE$$

$$\text{由 } \triangle PBE = \triangle QBE \text{ 且 } \triangle RBE > \triangle SBE$$

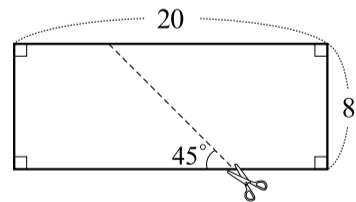
$$\text{可知 } \triangle PRE \underline{\hspace{1cm}} \triangle QSE$$



6 全等四邊形的對應邊等長

108國教會考11

如右圖，將一長方形紙片沿著虛線剪成兩個全等的梯形紙片。根據圖中標示的長度與角度，求梯形紙片中較短的底邊長度為何？



- (A) 4 (B) 5
*(C) 6 (D) 7

【解題策略】

(1) 兩全等梯形的對應邊等長 $\Rightarrow \overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 等腰直角三角形的兩腰等長 $\Rightarrow \overline{HF} = \overline{EH} = \underline{\hspace{2cm}} = 8$

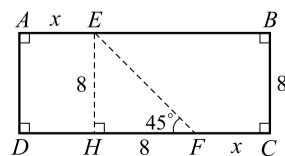
【解題過程】

如圖， $\triangle EHF$ 為等腰直角三角形

$$\therefore \overline{HF} = \overline{EH} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{設 } \overline{AE} = \overline{CF} = x \Rightarrow \overline{DH} = 20 - 8 - x$$

$$20 - 8 - x = x，x = \underline{\hspace{2cm}}$$





1 數線上兩點間的距離

109會考6

右圖數線上的 A 、 B 、 C 三點表示的數分別為 a 、 b 、 c ，且原點為 O 。根據圖中各點位置，判斷下列四個式子的值何者最大？

- *(A) $|a| + |b|$
 (B) $|a| + |c|$
 (C) $|a - c|$
 (D) $|b - c|$

【解題策略】

數線上 a 、 b 兩點間的距離以 $|a - b|$ 表示， $|a|$ 代表 a 點與原點的距離

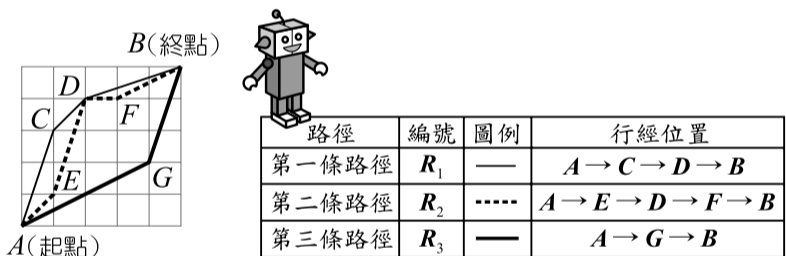
【解題過程】

$$\begin{aligned} |a| + |b| &= \overline{AB} \\ |a| + |c| &= \overline{AC} \\ |a - c| &= \overline{AC} \\ |b - c| &= \overline{BC} \\ \therefore \overline{AB} & \quad \overline{AC} & \quad \overline{BC} \end{aligned}$$

2 邊角關係的應用

107國教會考非選擇題2

嘉嘉參加機器人設計活動，需操控機器人在 5×5 的方格棋盤上從 A 點行走至 B 點，且每個小方格皆為正方形。主辦單位規定了三條行走路徑 R_1 、 R_2 、 R_3 ，其行經位置如下圖與下表所示：



已知 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 七點皆落在格線的交點上，且兩點之間的路徑皆為直線，在無法使用任何工具測量的條件下，請判斷 R_1 、 R_2 、 R_3 這三條路徑中，最長與最短的路徑分別為何？請寫出你的答案，並完整說明理由。

【解題策略】

三角形中，任二邊長的和必大於第三邊的長

【解題過程】

(1) 比較 R_1 、 R_2 路徑：

$$\begin{aligned} R_1 &= \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB} \\ R_2 &= \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{DF} + \overline{BF} = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DF} + \overline{BF} \end{aligned}$$

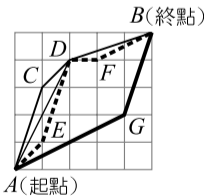
由三角形任兩邊之和大於第三邊
 $\Rightarrow \overline{DF} + \overline{BF} (>, =, <) \overline{DB}$
 $\therefore R_2 > R_1$

(2) 比較 R_1 、 R_3 路徑：

$$\begin{aligned} R_1 &= \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB} \\ R_3 &= \overline{AG} + \overline{GB} = \overline{AD} + \overline{DB} \end{aligned}$$

由三角形任兩邊之和大於第三邊 $\Rightarrow \overline{AC} + \overline{CD} (>, =, <) \overline{AD}$
 $\therefore R_1 > R_3$

$\Rightarrow R_2 > R_1 > R_3$

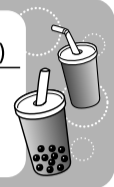


3 分數的運算與一元一次不等式

109國教會考非選擇題1

品沏飲料店提供三種品項，其對應兩種容量的價格如下圖所示。

品項	中杯 (750毫升)	大杯 (1000毫升)
古早味紅茶	30元	45元
百香綠茶	35元	50元
珍珠奶茶	50元	65元



品沏飲料店的老闆規劃回饋活動，凡自備容器購買飲料者，每種品項中杯皆折扣 2 元、大杯皆折扣 5 元。請根據上述資訊，回答下列問題：

- 老闆收到顧客反映，有些品項在自備容器後大杯的每毫升價格還是比中杯的貴，請問是上圖中的哪些品項？
- 若老闆想要讓所有品項在自備容器後大杯的每毫升價格都比中杯的便宜，則他應將大杯的折扣都至少改成多少元？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

【解題策略】

- 每毫升的價格 = $\frac{\text{價格}}{\text{容量 (毫升)}}$
- 由(1)小題得出的品項，針對每毫升的價格列出一元一次不等式

【解題過程】

(1) ① 古早味紅茶

$$\text{中杯：} (30 - 2) \div 750 = \frac{(\quad)}{750}$$

$$\text{大杯：} (45 - 5) \div 1000 = \frac{40}{1000} = \frac{(\quad)}{750}$$

$$\text{每毫升價格：} \quad \text{杯} > \quad \text{杯}$$

② 百香綠茶

$$\text{中杯：} (35 - 2) \div 750 = \frac{33}{750} = \frac{(\quad)}{1000}$$

$$\text{大杯：} (50 - 5) \div 1000 = \frac{45}{1000}$$

$$\text{每毫升價格：} \quad \text{杯} > \quad \text{杯}$$

③ 珍珠奶茶

$$\text{中杯：} (50 - 2) \div 750 = \frac{48}{750} = \frac{(\quad)}{1000}$$

$$\text{大杯：} (65 - 5) \div 1000 = \frac{60}{1000}$$

$$\text{每毫升價格：} \quad \text{杯} > \quad \text{杯}$$

\therefore 古早味紅茶、百香綠茶在自備容器後，大杯的每毫升價格比中杯貴

(2) 設大杯折扣 x 元

$$\textcircled{1} \quad \frac{45 - x}{1000} < \frac{280}{750}, 750(45 - x) < 28 \times 1000$$

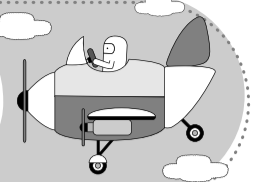
$$3(45 - x) < 28 \times 4, 135 - 3x < 112$$

$$3x > 23, x > \frac{23}{3} = 7 \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{50 - x}{1000} < \frac{44}{1000}, 50 - x < 44, x > 6$$

由①、②可知 $x > 7 \frac{2}{3}$

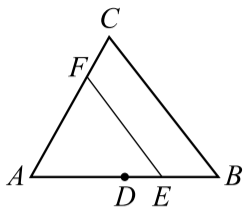
\therefore 大杯的折扣至少要大於 $\underline{\quad}$ 元 (取整數)



1 利用比例線段判別平行

114國教會考16

如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 點為 \overline{AB} 的中點， E 點在 \overline{AB} 上， F 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AF} = 7$ ， $\overline{FC} = 3$ ，則下列敘述何者正確？



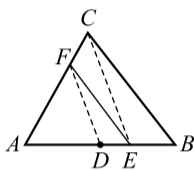
- (A) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
 (B) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行
 (C) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
 *(D) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行

【解題策略】

當一組平行線截取兩條相交的直線（截線）時，這組平行線在兩截線上的對應線段會成比例

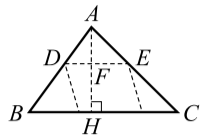
【解題過程】

$\because \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AF} = 7$ ， $\overline{FC} = 3$
 $\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 3$ ，又因為 D 點為 \overline{AB} 中點
 $\Rightarrow \overline{AD} : \overline{DE} : \overline{EB} = 5 : 2 : 3$
 可知 $\overline{DE} < \overline{EB}$ ，且 \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行，故選(D)



【解題過程】

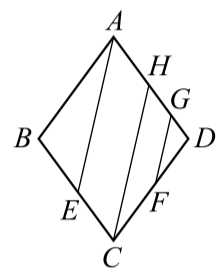
$\frac{1}{2} \times 7 \times \overline{AH} = 14$ ， $\overline{AH} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (____ 相似)
 $\therefore \overline{AF} : \overline{AH} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{AF} : 4 = 3 : 7 \Rightarrow 12 = 7\overline{AF}$ ， $\overline{AF} = \underline{\hspace{2cm}}$
 平行四邊形面積 = $3 \times (4 - \frac{12}{7}) = \underline{\hspace{2cm}}$



4 三角形的相似性質

110國教會考23

如右圖，菱形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， F 點在 \overline{CD} 上， G 點、 H 點在 \overline{AD} 上，且 $\overline{AE} \parallel \overline{HC} \parallel \overline{GF}$ 。若 $\overline{AH} = 8$ ， $\overline{HG} = 5$ ， $\overline{GD} = 4$ ，則下列選項中的線段，何者的長度最長？



- *(A) \overline{CF} (B) \overline{FD} (C) \overline{BE} (D) \overline{EC}

【解題策略】

利用 $\triangle DGF \sim \triangle DHC$ 以及兩平行線所截線段相等，找出相關的線段長度

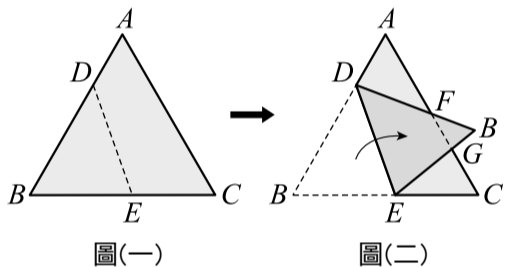
【解題過程】

$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 17$
 $\overline{FD} : \overline{CF} = \overline{GD} : \overline{HG} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{CF} = \frac{5}{4+5} \times 17 = \frac{85}{9}$ ， $\overline{FD} = \frac{4}{4+5} \times 17 = \frac{68}{9}$
 $\overline{AH} = \overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BE} = 17 - 8 = 9$
 $\therefore \overline{CF} > \overline{BE} > \overline{EC} > \overline{FD}$

2 相似三角形

111國教會考20

圖(一)為一張正三角形紙片 ABC ，其中 D 點在 \overline{AB} 上， E 點在 \overline{BC} 上。今以 \overline{DE} 為摺線將 B 點往右摺後， \overline{BD} 、 \overline{BE} 分別與 \overline{AC} 相交於 F 點、 G 點，如圖(二)所示。若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AF} = 16$ ， $\overline{DF} = 14$ ， $\overline{BF} = 8$ ，則 \overline{CG} 的長度為多少？



- (A) 7 (B) 8
 *(C) 9 (D) 10

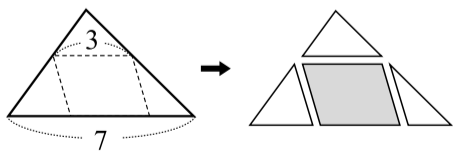
【解題過程】

$\because \angle AFD = \angle BFG$ (對頂角相等)， $\angle A = \angle B$
 $\therefore \triangle AFD \sim \triangle BFG$ (____ 相似)
 $\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{GF}} \Rightarrow \frac{16}{8} = \frac{14}{\overline{GF}} \Rightarrow \overline{GF} = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{AB} = 10 + 14 + 8 = 32$
 $\overline{CG} = 32 - 16 - 7 = 9$

3 相似三角形的應用

108國教會考17

如右圖，將一張面積為 14 的大三角形紙片沿著虛線剪成三張小三角形紙片與一張平行四邊形紙片。根據圖中標示的長度，求平行四邊形紙片的面積為何？



- (A) $\frac{21}{5}$ (B) $\frac{42}{5}$ (C) $\frac{24}{7}$ *(D) $\frac{48}{7}$

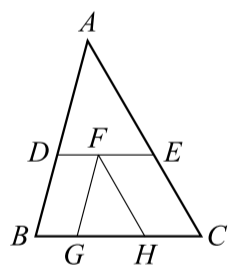
【解題策略】

上方小三角形與大三角形相似，對應高成比例，由小三角形的高可求出平行四邊形的高

5 三角形的相似性質及其應用

107國教會考24

如右圖， $\triangle ABC$ 、 $\triangle FGH$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上， F 點在 \overline{DE} 上， G 、 H 兩點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{FH} \parallel \overline{AC}$ 。若 $\overline{BG} : \overline{GH} : \overline{HC} = 4 : 6 : 5$ ，則 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 的面積比為何？



- (A) 2 : 1 (B) 3 : 2 (C) 5 : 2 *(D) 9 : 4

【解題策略】

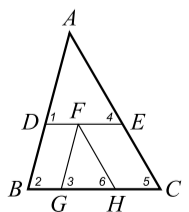
- 由平行線可知 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FGH$ 相似，找出已知條件中與對應邊有關的線段，得相似三角形對應邊的長度比
- 相似三角形面積的比 = 對應邊長的 _____ 比

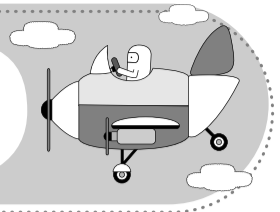
【觀念補充】

若兩個三角形相似，則對應邊長比 = 對應高的比 = 對應角平分線長的比 = 對應中線長的比 = 對應周長的比

【解題過程】

$\because \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$
 \therefore 四邊形 $BGFD$ 為平行四邊形
 $\Rightarrow \overline{DF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 且 $\angle 1 = \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 同理，四邊形 $CEFH$ 為平行四邊形
 $\Rightarrow \overline{FE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 且 $\angle 4 = \angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$
 故 $\triangle ADE \sim \triangle FGH$ (____ 相似)
 $\overline{DE} : \overline{GH} = (4 + \underline{\hspace{2cm}}) : 6 = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$
 $\triangle ADE$ 面積 : $\triangle FGH$ 面積 = $\overline{DE}^2 : \overline{GH}^2 = 9 : 4$



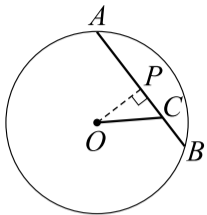


1 弦心距

111國教會考13

如右圖， \overline{AB} 為圓 O 的一弦，且 C 點在 \overline{AB} 上。若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 2$ ， \overline{AB} 的弦心距為 3，則 \overline{OC} 的長度為何？

- (A) 3 (B) 4
(C) $\sqrt{11}$ *(D) $\sqrt{13}$



【解題策略】

通過圓心與弦垂直的直線會平分此弦。

【解題過程】

如圖， $\overline{AB} = 6 + 2 = 8$ ， $\overline{OP} =$ _____

$$\overline{PA} = \overline{PB} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\overline{PC} = 4 - 2 = 2$$

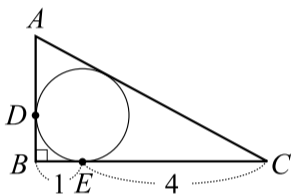
$$\overline{OC} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

2 過圓外一點的兩切線性質

108國教會考19

如右圖，直角三角形 ABC 的內切圓分別與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 相切於 D 點、 E 點。根據圖中標示的長度與角度，求 \overline{AD} 的長度為何？

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{4}{3}$ *(D) $\frac{5}{3}$



【解題策略】

設 $\overline{AD} = x$ ，由「過圓外一點的兩切線段等長」可得 $\overline{AB} =$ _____， $\overline{AC} =$ _____，再利用畢氏定理求解

【解題過程】

設 $\overline{AD} = x$

$$\because \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\therefore (\text{_____})^2 + 5^2 = (\text{_____})^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + 25 = x^2 + 8x + 16$$

$$6x = 10, x = \text{_____}$$

3 點與圓的位置關係

113國教會考17

$\triangle ABC$ 中， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle C = 65^\circ$ 。今分別以 B 、 C 為圓心， \overline{BC} 長為半徑畫圓 B 、圓 C ，關於 A 點位置，下列敘述何者正確？

- *(A) 在圓 B 外部，在圓 C 內部
(B) 在圓 B 外部，在圓 C 外部
(C) 在圓 B 內部，在圓 C 內部
(B) 在圓 B 內部，在圓 C 外部

【解題策略】

(1) 大角對大邊

(2) 線段與半徑的大小關係 \Rightarrow 線段大於 \overline{BC} (半徑)，則線段圓心外的另一端點在圓外；反之，若小於半徑，則在圓內

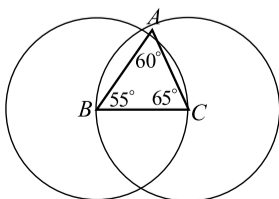
【解題過程】

$$\angle C > \angle A > \angle B$$

\Rightarrow _____
(寫出三角形邊長大小關係)

圓 B 中， $\overline{BC} > \overline{AB} \Rightarrow A$ 點在 _____

圓 C 中， $\overline{BC} > \overline{AC} \Rightarrow A$ 點在 _____

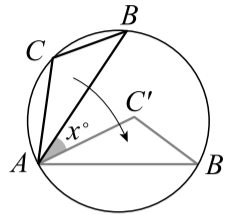


4 圓周角的應用

114國教會考23

如右圖， $\triangle ABC$ 的三個頂點都在一圓上，固定 A 點將 $\triangle ABC$ 依順時針方向旋轉，旋轉後的三角形為 $\triangle AB'C'$ ，且 B' 會落在同一圓上，其中 \overline{AB} 與 $\overline{AC'}$ 的夾角為 x° 。若 $\widehat{BC} = 54^\circ$ ， $\widehat{CA} = 62^\circ$ ，則 x 值為何？

- (A) 27 (B) 31 (C) 32 *(D) 37



【解題策略】

以圓上一點為頂點，兩弦為兩邊，所得的角稱為圓周角。圓周角的度數 = 所對弧的度數的一半 = 圓心角的一半

【解題過程】

$$\because \widehat{BC} = 54^\circ \Rightarrow \angle CAB = 27^\circ$$

$\because \triangle AB'C'$ 由 $\triangle ABC$ 旋轉而來

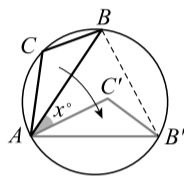
$$\therefore \angle CAB = \angle C'AB' = 27^\circ, \text{ 且 } \overline{AB} = \overline{AB'}$$

連接 $\overline{BB'}$ $\Rightarrow \triangle ABB'$ 為 _____ 三角形

$$\angle AB'B = \frac{1}{2} \widehat{AB} = \frac{1}{2} (54^\circ + 62^\circ) = \text{_____}$$

$$\Rightarrow \angle BAB' = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$$\Rightarrow x = 64^\circ - 27^\circ = 37^\circ$$

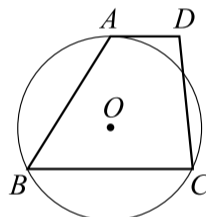


5 平行線截等弧

110國教會考17

如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，有一圓 O 通過 A 、 B 、 C 三點，且與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle B = 58^\circ$ ，則 \widehat{BC} 的度數為何？

- (A) 116 (B) 120 (C) 122 *(D) 128



【解題策略】

若兩條直線平行，則此兩條直線所截的兩弧度數 _____。

【解題過程】

$$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC} = 2 \times \text{_____} = 116^\circ$$

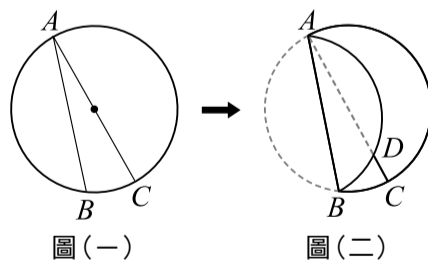
$$\widehat{BC} = 360^\circ - \widehat{AB} - \widehat{AC} = 360^\circ - \text{_____} - \text{_____} = 128^\circ$$

6 圓周角的性質

112國教會考19

圖(一)為一圓形紙片， A 、 B 、 C 為圓周上三點，其中 \overline{AC} 為直徑。今以 \overline{AB} 為摺線將紙片向右摺後，紙片蓋住部分的 \overline{AC} ，而 \widehat{AB} 上與 \overline{AC} 重疊的點為 D ，如圖(二)所示。若 $\widehat{BC} = 35^\circ$ ，則 \widehat{AD} 的度數為何？

- (A) 105 *(B) 110 (C) 120 (D) 145



【解題策略】

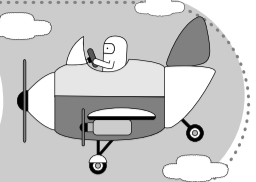
圓周角的度數等於所對弧度數的 _____。

【解題過程】

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \times 35^\circ = 17.5^\circ, \widehat{BD} = 2 \times 17.5^\circ = 35^\circ$$

$$\widehat{ADB} = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

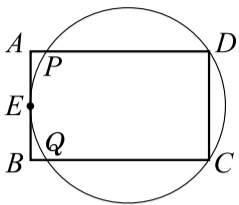
$$\widehat{AD} = 145^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$



1 幾何推理與尺規作圖

105國教會考22

右圖的矩形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{AB} 的中點，有一圓過 C 、 D 、 E 三點，且此圓分別與 \overline{AD} 、 \overline{BC} 相交於 P 、 Q 兩點。甲、乙兩人想找到此圓的圓心 O ，其作法如下：



(甲) 作 $\angle DEC$ 的角平分線 L ，作 \overline{DE} 的中垂線，交 L 於 O 點，則 O 即為所求

(乙) 連接 \overline{PC} 、 \overline{QD} ，兩線段交於一點 O ，則 O 即為所求

- 對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？
 *(A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤
 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【解題策略】

要找出圓心必須先知道哪些線段或直線會通過圓心，兩條通過圓心的線段或直線交點即為圓心

- 作一弦的_____線必過圓心
- 圓內接等腰三角形，其頂角的角平分線或底邊的中垂線（中線）必過圓心
- 直角所對的弦為_____，圓心一定在直徑上

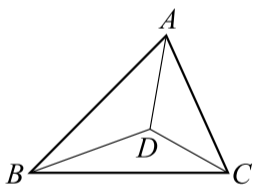
【解題過程】

- (甲) $\because E$ 為 \overline{AB} 的中點
 $\therefore \triangle CDE$ 為_____三角形， $\angle DEC$ 的角平分線必過圓心
 弦 \overline{DE} 的中垂線也必過圓心
 故甲的作法正確
- (乙) $\because \angle C = \angle D = 90^\circ \therefore \overline{PC}$ 、 \overline{QD} 均為此圓的_____
 故其交點為圓心，乙的作法正確

2 三角形重心的基本性質

113國教會考22

如右圖， $\triangle ABC$ 內部有一點 D ，且 $\triangle DAB$ 、 $\triangle DBC$ 、 $\triangle DCA$ 的面積分別為 5、4、3。若 $\triangle ABC$ 的重心為 G ，則下列敘述何者正確？



- *(A) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{BC} 平行
 (B) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{BC} 不平行
 (C) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{AC} 平行
 (D) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{AC} 不平行

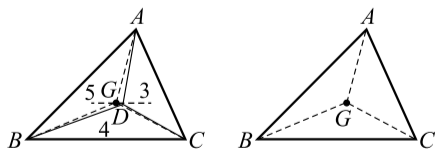
【解題策略】

- 三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分，重心平分面積
- 三角形等底同高，面積相等

【解題過程】

$$\begin{aligned} \because G \text{ 為 } \triangle ABC \text{ 的重心} \\ \therefore \triangle GAB \text{ 的面積} \\ &= \triangle GBC \text{ 的面積} \\ &= \triangle GCA \text{ 的面積} \\ &= \frac{1}{3} \triangle ABC \text{ 的面積} \\ &= \frac{1}{3} \times (5 + 4 + 3) = 4 \end{aligned}$$

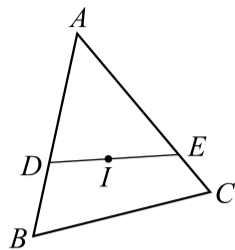
- $\Rightarrow \triangle GBC$ 的面積 = $\triangle DBC$ 的面積（等底同高）
 $\Rightarrow \overline{DG} \parallel \overline{BC}$



3 三角形的內心

110國教會考26

如右圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相交於 D 點、 E 點。若 $\overline{AD} = \overline{DE} = 5$ ， $\overline{AE} = 6$ ，則 I 點到 \overline{BC} 的距離為何？



- *(A) $\frac{24}{11}$ (B) $\frac{30}{11}$ (C) 2 (D) 3

【解題策略】

三角形的三內角平分線交於同一點，且此點到三角形的三邊等距離

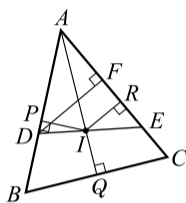
【解題過程】

$$\text{設 } \overline{IP} = \overline{IQ} = \overline{IR} = h, \overline{DF} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\triangle ADE \text{ 面積} = \triangle ADI \text{ 面積} + \triangle AEI \text{ 面積}$$

$$\frac{1}{2} \times \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \times \underline{\hspace{2cm}} \times h + \frac{1}{2} \times 6 \times h$$

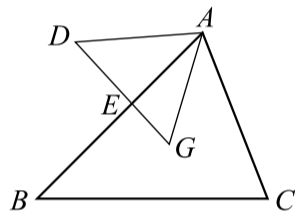
$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$



4 三角形重心的應用

114國教會考22

如右圖， $\triangle ADG$ 的頂點 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{DG} 與 \overline{AB} 相交於 E 點。若 $\overline{DE} : \overline{EG} = 3 : 2$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 4$ ，則 $\triangle ADG$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？



- (A) $\frac{5}{12}$ *(B) $\frac{5}{14}$ (C) $\frac{5}{15}$ (D) $\frac{5}{21}$

【解題策略】

三角形的重心與三頂點的連線段將此三角形的面積三等分

【解題過程】

$\because G$ 為 $\triangle ABC$ 的重心

$$\therefore \triangle ABG \text{ 面積} = \underline{\hspace{2cm}} \triangle ABC \text{ 面積}$$

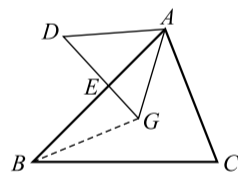
$$\because \overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 4$$

$$\Rightarrow \triangle AEG \text{ 面積} = \frac{3}{7} \triangle ABG \text{ 面積} = \underline{\hspace{2cm}} \triangle ABC \text{ 面積}$$

$$\overline{DE} : \overline{EG} = 3 : 2$$

$$\Rightarrow \triangle ADG \text{ 面積} = \frac{5}{2} \triangle AEG \text{ 面積} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{7} \triangle ABC \text{ 面積}$$

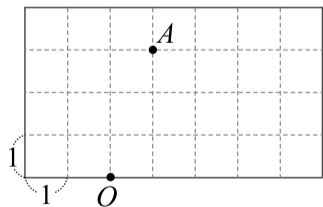
$$= \underline{\hspace{2cm}} \triangle ABC \text{ 面積}$$



5 三角形的外心性質

112國教會考17

右圖的方格紙中，每個方格的邊長為 1， A 、 O 兩點皆在格線的交點上。今在此方格紙格線的交點上另外找兩點 B 、 C ，使得 $\triangle ABC$ 的外心為 O ，求 \overline{BC} 的長度為何？



- (A) 4 (B) 5 (C) $\sqrt{10}$ *(D) $\sqrt{20}$

【解題策略】

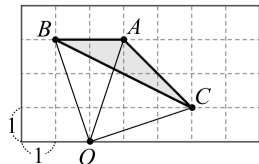
三角形外心為三邊中垂線的交點，且外心到三頂點的距離_____

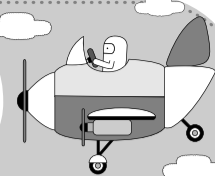
【解題過程】

三角形外心到三頂點等距的性質可知 $\triangle ABC$

可能位置如圖（其中 B 、 C 可以互換）

$$\text{則 } \overline{BC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

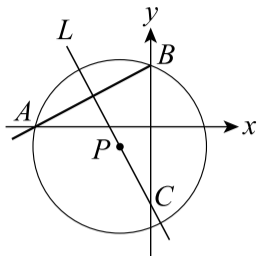




1 弦與中垂線的性質

107國教會考26

如右圖，坐標平面上， A 、 B 兩點分別為圓 P 與 x 軸、 y 軸的交點，有一直線 L 通過 P 點且與 \overline{AB} 垂直， C 點為 L 與 y 軸的交點。若 A 、 B 、 C 的坐標分別為 $(a, 0)$ 、 $(0, 4)$ 、 $(0, -5)$ ，其中 $a < 0$ ，則 a 的值為何？



- *(A) $-2\sqrt{14}$ (B) $-2\sqrt{5}$ (C) -8 (D) -7

【解題策略】

- 通過圓心且垂直圓上一弦的直線會平分此弦
- 圖中有多個三角形，可利用對應角相等找出相似三角形，亦可利用中垂線性質解題
- 中垂線性質：中垂線上任一點到線段的_____等距離

【易錯導正】

利用相似三角形求解時，對應邊容易對應錯誤，在寫 A 三角形相似於 B 三角形時，先將已知角度一樣的按照位置順序排列，對應起來會比較容易

【觀念補充】

坐標平面上兩點之間的距離：

已知坐標平面上三點 $A(a, b)$ 、 $B(a, c)$ 、 $C(d, c)$ ，則 $\overline{AB} = |b - c|$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{AC} = \sqrt{(a - d)^2 + (b - c)^2}$

【解題過程】

連接 \overline{AC}

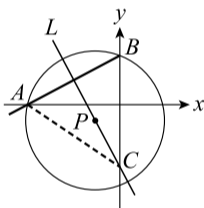
∵ 直線 L 通過 P 點且與 \overline{AB} 垂直

∴ 直線 L 為 \overline{AB} 的中垂線

⇒ $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$

⇒ $\sqrt{a^2 + 5^2} = 4 - (-5) = 9$

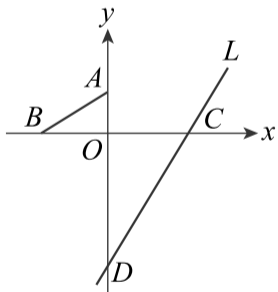
⇒ $a^2 + 25 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a^2 = 56$ ， $a = \pm\sqrt{56} = \pm 2\sqrt{14}$ (正不合)



2 直線方程式的圖形結合相似性質的應用

106國教會考非選擇題2

如右圖，在坐標平面上， O 為原點，另有 $A(0, 3)$ 、 $B(-5, 0)$ 、 $C(6, 0)$ 三點，直線 L 通過 C 點且與 y 軸相交於 D 點。請回答下列問題：



- 已知直線 L 的方程式為 $5x - 3y = k$ ，求 k 的值。

- 承(1)，請完整說明 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 相似的理由。

【解題策略】

- 將直線 L 上的已知點代入求得 k 值。 y 軸上的點，其_____坐標為 0，代入直線 L 則可得 D 點坐標
- 三角形的相似性質有_____相似、_____相似、_____相似。题目的已知條件為點坐標，可知三角形的邊長，故由邊長著手，找出對應邊的比例關係

【解題過程】

- C 點在直線 L 上

將 $C(6, 0)$ 代入 $5x - 3y = k$ ，得 $k = \underline{\hspace{2cm}}$

- D 點在直線 L 上， $x = 0$ 代入

得 $-3y = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ⇒ $D(\underline{\hspace{2cm}})$

$\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中

∵ $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\overline{OB} : \overline{OD} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

又 $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ∴ $\triangle AOB \sim \triangle COD$ (_____相似)

3 最大公因數與最小公倍數結合比例式

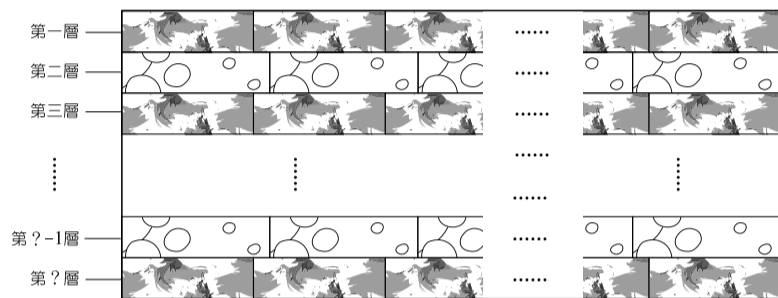
114國教會考非選擇題2

商店中販賣一款包含 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片組合包



圖(一)

，形狀分別為 16 公分 \times 5 公分、 18 公分 \times 5 公分的長方形，如圖(一)所示。小燦打算在不裁切紙片的情況下，將這兩種藝術紙片以緊密相鄰的方式貼成圖(二)的長方形，其中奇數層為 A 圖案，偶數層為 B 圖案，且最後一層為 A 圖案，而相同圖案的藝術紙片皆為相同的方向。



圖(二)

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- 以上述方式貼成的長方形，第一層最少有幾個 A 圖案？
- 已知每個組合包中 A 、 B 兩種圖案的藝術紙片數量比為 $4 : 3$ ，若小燦想購買一些組合包，貼成圖(二)的長方形，其中第一層的 A 圖案數量與(1)求出之值相同，判斷他是否可能恰好把購買的藝術紙片用完？請說明理由。

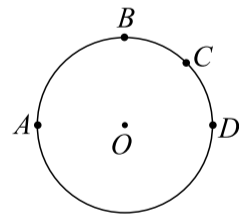
【解題過程】

- $[16, 18] = 144$ ， $144 \div 16 = 9$ ，至少 9 個 A
- 第一層 9 個 A ，第二層 8 個 B ，且最後一層為 A
若 B 有 x 層 ⇒ B 有 $8x$ 個 ⇒ A 有 $9(x + 1)$ 個
 $9(x + 1) : 8x = 4 : 3$ ， $32x = 27x + 27$ ， $5x = 27$
 $x = \frac{27}{5}$ (不合) ⇒ 無法用完

4 圓周角的應用

108國教會考24

右圖表示 A 、 B 、 C 、 D 四點在圓 O 上的位置，其中 $\widehat{AD} = 180^\circ$ ，且 $\widehat{AB} = \widehat{BD}$ ， $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 。若阿超在 \widehat{AB} 上取一點 P ，在 \widehat{BD} 上取一點 Q ，使得 $\angle APQ = 130^\circ$ ，則下列敘述何者正確？



- Q 點在 \widehat{BC} 上，且 $\widehat{BQ} > \widehat{QC}$
- * Q 點在 \widehat{BC} 上，且 $\widehat{BQ} < \widehat{QC}$
- Q 點在 \widehat{CD} 上，且 $\widehat{CQ} > \widehat{QD}$
- Q 點在 \widehat{CD} 上，且 $\widehat{CQ} < \widehat{QD}$

【解題策略】

圓周角等於其所對的弧度數的一半， P 點在 \widehat{AB} 上， Q 點在 \widehat{BD} 上，且 $\angle APQ = 130^\circ$ ，所以 $\angle APQ$ 所對的 $\widehat{ADQ} = 260^\circ$

【解題過程】

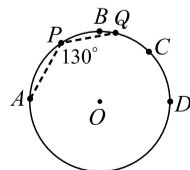
∵ $\angle APQ = 130^\circ$ ∴ $\widehat{ADQ} = \underline{\hspace{2cm}}$

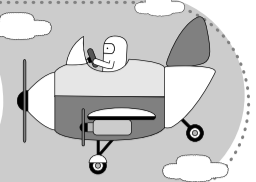
⇒ $\widehat{QD} = \underline{\hspace{2cm}} - 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

$\widehat{AB} = \widehat{BD} = 90^\circ$ ， $\widehat{BC} = \widehat{CD} = 45^\circ$

⇒ $\widehat{QC} = 80^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\widehat{BQ} = 45^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

∴ Q 點在 _____ 上，且 $\widehat{BQ} \underline{\hspace{1cm}} \widehat{QC}$





1 二次函數圖形的性質

107國教會考21

已知坐標平面上有一直線 L ，其方程式為 $y+2=0$ ，且 L 與二次函數 $y=3x^2+a$ 的圖形相交於 A 、 B 兩點；與二次函數 $y=-2x^2+b$ 的圖形相交於 C 、 D 兩點，其中 a 、 b 為整數。若 $\overline{AB}=2$ ， $\overline{CD}=4$ ，則 $a+b$ 之值為何？

- *(A) 1 (B) 9
(C) 16 (D) 24

【解題策略】

形如 $y=ax^2+k$ 的圖形，其對稱軸皆為_____。 $a>0$ ，則開口向_____； $a<0$ ，則開口向_____。由二次函數的對稱性可知 A 、 B 、 C 、 D 四點坐標，代入函數即可得 a 、 b 之值

【解題過程】

兩個圖形的對稱軸皆為_____

$\therefore \overline{AB}=2$ ， $\overline{CD}=4$

如右圖，由圖形的對稱性可知

A 、 B 為 $(-1, -2)$ 、 (\quad, \quad)

C 、 D 為 $(-2, -2)$ 、 (\quad, \quad)

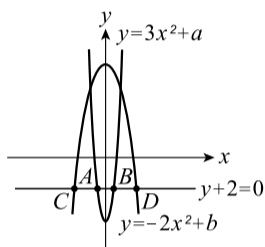
將 A 或 B 點代入 $y=3x^2+a$

得 $-2 = \quad + a$ ， $a = \quad$

將 C 或 D 點代入 $y=-2x^2+b$

得 $-2 = \quad + b$ ， $b = \quad$

故 $a+b=1$



3 二次函數圖形的平移

114國教會考21

坐標平面上有二次函數 $y=-(x+7)^2+12$ 的圖形，今將此圖形向右平移 10 單位，平移過程中此圖形與 y 軸的交點也會跟著變化。假設此圖形與 y 軸的交點為 P ，判斷在平移過程中， P 點位置的變化情形為下列何者？

- (A) 持續向下
(B) 持續向上
(C) 先向下再向上
*(D) 先向上再向下

【解題策略】

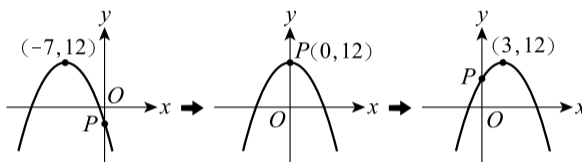
二次函數 $y=a(x-h)^2+k$

若 $a>0$ ，則圖形開口向上，且有最低點 (h, k)

若 $a<0$ ，則圖形開口向下，且有最高點 (h, k)

【解題過程】

頂點由 $(-7, 12) \Rightarrow (\quad, \quad)$



由圖可知 P 點先向上後向_____

2 二次函數圖形的平移

111國教會考22

已知坐標平面上有二次函數 $y=-(x+6)^2+5$ 的圖形，函數圖形與 x 軸相交於 $(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 兩點，其中 $a<b$ 。今將此函數圖形往上平移，平移後函數圖形與 x 軸相交於 $(c, 0)$ 、 $(d, 0)$ 兩點，其中 $c<d$ ，判斷下列敘述何者正確？

- *(A) $(a+b) = (c+d)$ ， $(b-a) < (d-c)$
(B) $(a+b) = (c+d)$ ， $(b-a) > (d-c)$
(C) $(a+b) < (c+d)$ ， $(b-a) < (d-c)$
(D) $(a+b) < (c+d)$ ， $(b-a) > (d-c)$

【解題策略】

二次函數 $y=a(x-h)^2+k$

若 $a>0$ ，則圖形開口向上，且有最低點 (h, k)

若 $a<0$ ，則圖形開口向下，且有最高點 (h, k)

【解題過程】

二次函數 $y=-(x+6)^2+5$ 的圖形為拋物線，

頂點為_____，開口向_____

如圖，原函數圖形交 x 軸於

$(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 且 $a<b$

將圖形往上平移後交 x 軸於

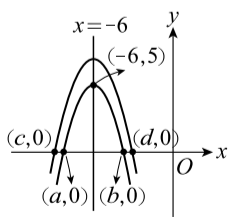
$(c, 0)$ 、 $(d, 0)$ 且 $c<d$

且對稱軸皆為 $x=-6$

$\frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2} = -6 \Rightarrow (a+b) = (c+d)$

向上平移後，與 x 軸相交的兩點距離變_____

故 $(b-a) < (d-c)$



4 二次函數的圖形

108國教會考26

如右圖，坐標平面上有一頂點為 A 的拋物線，此拋物線與方程式 $y=2$ 的圖形交於 B 、 C 兩點，且 $\triangle ABC$ 為正三角形。若 A 點坐標為 $(-3, 0)$ ，則此拋物線與 y 軸的交點坐標為何？

- (A) $(0, \frac{9}{2})$ *(B) $(0, \frac{27}{2})$
(C) $(0, 9)$ (D) $(0, 18)$

【解題策略】

(1) 頂點坐標 $(m, 0)$ 的二次函數可設為 $y=a(x-m)^2$

(2) 正三角形 ABC 的高為 A 到 BC 的距離 = _____

(3) 拋物線與 y 軸交點的 x 坐標 = _____

【解題過程】

設拋物線方程式為 $y = \quad$

$\therefore \triangle ABC$ 為正三角形

$\therefore \overline{CD} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \quad$

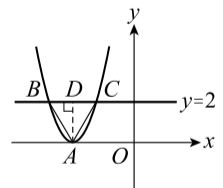
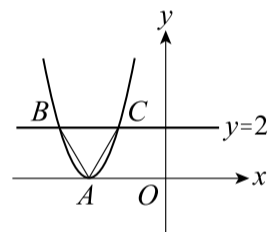
$\Rightarrow C(\quad, 2)$ 代入方程式

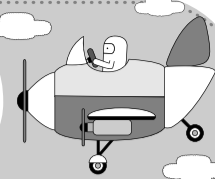
得 $2 = a(-3 + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 3)^2$

$2 = a \times \frac{12}{9}$ ， $a = \frac{3}{2}$ \therefore 拋物線方程式為 $y = \quad$

$x=0$ 代入得 $y = \frac{3}{2} \times 9 = \frac{27}{2}$

\Rightarrow 交點坐標為 $(0, \quad)$

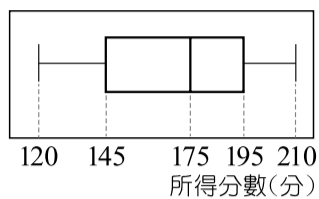




1 盒狀圖的判讀

103特招28

小蓁與她的五位朋友參加保齡球比賽，右圖為她們六人所得分數的盒狀圖。若小蓁所得到的分數恰為她們六人的平均分數，則小蓁得到多少分？



- (A) 165 (B) 169
*(C) 170 (D) 175

【解題策略】

如下圖，盒狀圖中包含 5 個主要的統計量



【解題過程】

由盒狀圖可知六人分數中，最低為 120 分，最高為 _____ 分

$$6 \times \frac{1}{4} = 1.5 \Rightarrow \text{第 1 四分位數為第 2 位的分數，即 145 分}$$

$$6 \times \frac{2}{4} = 3 \Rightarrow \text{第 2 四分位數為第 _____ 位與第 _____ 位的平均分數}$$

⇒ 兩位分數總和為 _____ 分

$$6 \times \frac{3}{4} = 4.5 \Rightarrow \text{第 3 四分位數為第 5 位的分數，即 _____ 分}$$

六人的總分為 $120 + 145 + \underline{\hspace{2cm}} + 195 + 210 = \underline{\hspace{2cm}}$

小蓁的分數即六人的平均分數

$$= \underline{\hspace{2cm}} \div 6 = 170 \text{ (分)}$$

【易錯導正】

盒狀圖中所包含的 5 個數值，一定有在這群數值資料中出現的只有最大值與最小值，第 1 到第 3 四分位數均有可能是兩數平均後的結果

2 單一事件機率

111國教會考9

箱子內有分別標示號碼 1~6 的球，每個號碼各 2 顆，總共 12 顆。已知小茹先從箱內抽出 5 顆球且不將球放回箱內，這 5 顆球的號碼分別是 1、2、2、3、5。今阿純打算從此箱內剩下的球中抽出 1 顆球，若箱內剩下的每顆球被他抽出的機會相等，則他抽出的球的號碼，與小茹已抽出的 5 顆球中任意一顆球的號碼相同的機率是多少？

- (A) $\frac{3}{6}$
(B) $\frac{4}{6}$
*(C) $\frac{3}{7}$
(D) $\frac{4}{7}$

【解題策略】

$$A \text{ 事件發生的機率} = \frac{A \text{ 事件所含的可能結果個數}}{\text{所有可能的結果個數}}$$

【解題過程】

小茹抽完後箱子內剩下 $12 - 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ (顆)

分別為 1、3、4、4、5、6、6

若要與原本小茹已抽出的球編號相同

只有 1、3、5 三種可能

故機率為 _____

3 抽牌的機率

114國教會考11

阿嘉和小楊都有 5 張分別標示數字 1、2、3、4、5 的紙牌，右圖表示兩人的牌中皆有三張牌被自己蓋住的情形。今兩人打算從自己蓋住的紙牌中翻開一張牌，若阿嘉蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，小楊蓋住的牌中每張牌被翻開的機會相等，則比較兩人翻開的那張牌上的數字，阿嘉比小楊大的機率為何？



- (A) $\frac{1}{3}$ *(B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{2}{9}$

【解題策略】

若在一試驗中，總計有 n 種可能的結果，且每一種結果出現的機會都相等。已知甲事件共包含了 m 種結果，則在這個試驗中以表示甲事件發生的機率。

【解題過程】

阿嘉剩下 2、4、5；小楊剩下 1、3、4。利用窮舉法可知

$$(\text{阿嘉}, \text{小楊}) \Rightarrow (2, 1)、(2, 3)、(2, 4)、(4, 1)、(4, 3)、(4, 4)、(5, 1)、(5, 3)、(5, 4)$$

可知阿嘉比小楊大的機率 = $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

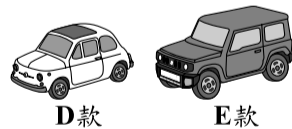
4 機率

112國教會考12

盒玩的販售方式是將一款玩具裝在盒子中販賣，購買者只能從外盒知道購買的是哪一系列玩具，但無法知道是系列中的哪一款。圖(一)、圖(二)分別為動物系列、汽車系列盒玩中所有可能出現的款式。



圖(一)



圖(二)

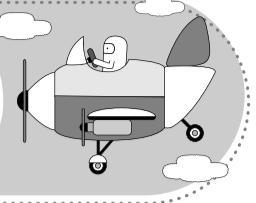
已知小友喜歡圖(一)中的 A 款、C 款，喜歡圖(二)中的 B 款，若他打算購買圖(一)的盒玩一盒，且他買到圖(一)中每款玩具的機會相等；他也打算購買圖(二)的盒玩一盒，且他買到圖(二)中每款玩具的機會相等，則他買到的兩盒盒玩內的玩具都是他喜歡的款式的機率為何？

- *(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{2}{11}$ (D) $\frac{3}{11}$

【解題過程】

全部共有 $6 \times 5 = 30$ 種可能，而小友買到兩盒皆為他喜歡的有

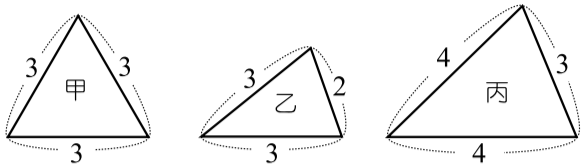
$$(A, B) \text{ 或 } (C, B) \text{ 兩種，故機率} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$



1 立體圖形的底面與側面的相對應關係

114國教會考12

有甲、乙、丙三種三角形木片，其邊長如右圖



所示，阿林、小博打算利用這三種木片各自組合成一個正三角錐。首先兩人皆選一片甲當作底面，接著阿林選三片乙當作側面，小博選三片丙當作側面，關於兩人選的木片能不能組合成一個正三角錐，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆能
(B) 兩人皆不能
(C) 阿林能，小博不能
*(D) 阿林不能，小博能

【觀念補充】

下列有關立體圖形的概念，請圈選出可能的答案：

- (1) 圓柱的側面為曲面，其側面展開圖可能為
(長方形，等腰梯形，平行四邊形)
(2) 四個全等的正三角形所組合成的立體圖形為
(三角錐，四角錐，三角柱)

【解題過程】

正三角錐定義為：底面為正三角形，側邊皆為相同之等腰三角形。
(兩者皆符合)

兩人皆選甲當底面

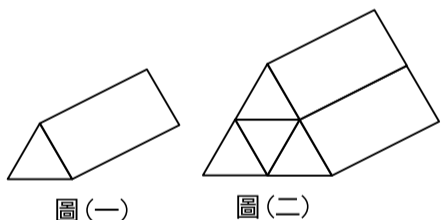
阿林選擇乙當側面，邊長為 3 的邊與甲相接後，另兩邊不等長
⇒ 不符合定義

小博選擇丙當側面，邊長為 3 的邊與甲相接後，另兩邊等長
⇒ 符合定義

2 直角柱的表面積

108國教會考4

圖(一)的直角柱由 2 個正三角形底面和 3 個矩形側面組成，其中正三角形面積為 a ，矩形面積為 b 。若將 4 個圖(一)的直角柱緊密堆疊成圖(二)的直角柱，則圖(二)中直角柱的表面積為何？



- (A) $4a + 2b$
(B) $4a + 4b$
*(C) $8a + 6b$
(D) $8a + 12b$

【解題策略】

圖(一)中三角柱的表面積 = 底面 _____ 個正三角形 + 側面 _____ 個矩形，而圖(二)中，雖有 4 個三角柱，但必須注意重疊的部分並不計算表面積

【解題過程】

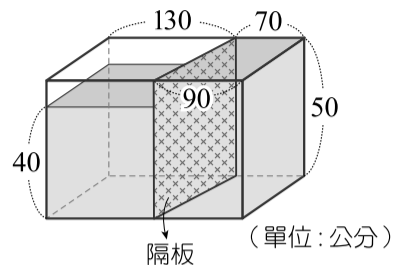
圖(二)的兩底面分別是由 4 個正三角形組成，三個側面分別是由 2 個矩形組成

∴ 此直角柱的表面積為 $2 \times \underline{\hspace{2cm}} + 3 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3 長方體的容積

106國教會考24

如右圖，水平桌面上有個內部裝水的長方體箱子，箱內有一個與底面垂直的隔板，且隔板左右兩側的水面高度分別為 40 公分、50 公分。今將隔板抽出，若過程中箱內的水量未改變，且不計箱子及隔板厚度，則根據圖中的數據，求隔板抽出後水面靜止時，箱內的水面高度為多少公分？



- (A) 43 *(B) 44
(C) 45 (D) 46

【解題策略】

- (1) 隔板抽出，過程中箱內的水量未改變 ⇒ 抽出前，隔板左右兩側的總水量 = 抽出後的總水量
(2) 抽出前，隔板左右兩側皆為梯形柱，兩梯形柱底面梯形的高即長方體底面的寬，故可設其為 x 公分。總水量 ÷ 長方體底面積 = 抽出後，箱內的水面高度

【解題過程】

$$130 + 70 = 200$$

$$200 - 90 = 110$$

設長方體底面的寬為 x 公分

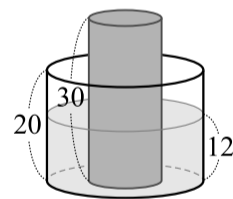
$$\begin{aligned} \text{總水量} &= \frac{(130 + 110) \cdot x}{2} \times 40 + \frac{(70 + 90) \cdot x}{2} \times \underline{\hspace{2cm}} \\ &= 4800x + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故所求} &= \underline{\hspace{2cm}} \div 200x \\ &= 44 \text{ (公分)} \end{aligned}$$

4 圓柱的容積

105國教會考18

如右圖，有一內部裝有水的直圓柱形水桶，桶高 20 公分；另有一直圓柱形的實心鐵柱，柱高 30 公分，直立放置於水桶底面上，水桶內的水面高度為 12 公分，且水桶與鐵柱的底面半徑比為 2 : 1。今小賢將鐵柱移至水桶外部，過程中水桶內的水量未改變，若不計水桶厚度，則水桶內的水面高度變為多少公分？



- (A) 4.5 (B) 6
(C) 8 *(D) 9

【解題策略】

- (1) 兩底圓面積比 = 兩底圓半徑的 _____ 比
(2) 鐵柱移出前的底面積 (環狀面積) = 水桶底面積 - 鐵柱底面積，利用移出前後總水量不變求得水面高度

【解題過程】

∵ 水桶底面半徑 : 鐵柱底面半徑 = 2 : 1

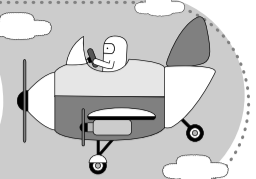
∴ 水桶底面積 : 鐵柱底面積 = _____

設鐵柱底面積為 x ，則水桶底面積為 _____

鐵柱與水桶間的環形區域面積為 _____ - x = _____

$$\text{總水量} = \underline{\hspace{2cm}} \times 12$$

$$\begin{aligned} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{所求} &= \underline{\hspace{2cm}} \div \underline{\hspace{2cm}} \\ &= 9 \text{ (公分)} \end{aligned}$$



1 統計與機率的應用

107國教會考非選擇題1

一個箱子內有 4 顆相同的球，將 4 顆球分別標示號碼 1、2、3、

次數	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次	第 7 次	第 8 次	第 9 次	第 10 次
號碼	1	3	4	4	2	1	4	1		

4，今翔翔以每次從箱子內取一顆球且取後放回的方式抽取，並預計取球 10 次，現已取了 8 次，取出的結果如右上表所列：

若每次取球時，任一顆球被取到的機會皆相等，且取出的號碼即為得分，請回答下列問題：

- 請求出第 1 次至第 8 次得分的平均數。
- 承(1)，翔翔打算依計畫繼續從箱子取球 2 次，請判斷是否可能發生「這 10 次得分的平均數不小於 2.2，且不大於 2.4」的情形？若有可能，請計算出發生此情形的機率，並完整寫出你的解題過程；若不可能，請完整說明你的理由。

【解題策略】

- 得分的平均數 = 總分 ÷ 次數
- 第 9 次及第 10 次得分未知，假設其總分為 x ，依題意列出不等式，再判斷範圍內所有可能的得分

【解題過程】

(1) 總分
 $= 1 + 3 + 4 + 4 + 2 + 1 + 4 + 1 = 20$
 平均 = $20 \div 8 = 2.5$

(2) 設最後兩次總分為 x
 $2.2 \leq \frac{20+x}{10} \leq 2.4$

$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4$
 最後兩次取球共 $4 \times 4 = 16$ 種可能，符合條件的得分有：

第 9 次	1	1	2	1	2	3
第 10 次	1	2				

，故機率為 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

【易錯導正】

以列舉法找出所有可能的情形，最好按照規律依序找出，不要跳躍式的找，易漏掉部分的解。

2 一元一次方程式的應用問題

108國教會考非選擇題1

市面上販售的防曬產品標有防曬係數 SPF，而其對抗紫外線的防護率算法為

$$\text{防護率} = \frac{\text{SPF} - 1}{\text{SPF}} \times 100\%, \text{ 其中 } \text{SPF} \geq 1.$$

請回答下列問題：

- 廠商宣稱開發出防護率 90% 的產品，請問該產品的 SPF 應標示為多少？
- 某防曬產品文宣內容如右圖所示。請根據 SPF 與防護率的轉換公式，判斷此文宣內容是否合理，並詳細解釋或完整寫出你的理由。



【解題策略】

文宣上表示第二代的防護率是第一代的兩倍，依公式分別計算出兩代的防護率即可驗證是否屬實

【解題過程】

(1) 設防曬係數 SPF 為 x
 $\frac{x-1}{x} \times 100\% = 90\%$
 $100(x-1) = 90x, 100x - 100 = 90x, 10x = 100, x = 10$
 故該產品的 SPF 應標示為 10

(2) 第一代的防護率 = $\frac{25-1}{25} \times 100\% = 92\%$

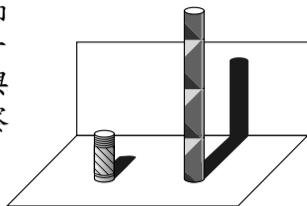
第二代的防護率 = $\frac{50-1}{50} \times 100\% = 98\%$

第二代的防護率只比第一代多 6%，故文宣內容不合理

3 相似三角形的應用

108國教會考非選擇題2

在公園有兩座垂直於水平地面且高度不一的圓柱，兩座圓柱後面有一堵與地面互相垂直的牆，且圓柱與牆的距離皆為 120 公分。敏敏觀察到高度 90 公分矮圓柱的影子落在地面上，其影長為 60 公分；而高圓柱的部分影子落在牆上，如右圖所示。已知落在地面上的影子皆與牆面互相垂直，並視太陽光為平行光，在不計圓柱厚度與影子寬度的情況下，請回答下列問題：



- 若敏敏的身高為 150 公分，且此刻她的影子完全落在地面上，則影長為多少公分？
- 若同一時間量得高圓柱落在牆上的影長為 150 公分，則高圓柱的高度為多少公分？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

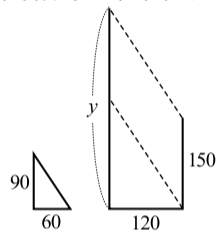
【解題策略】

- 相似三角形對應邊成比例，用矮圓柱的影長可計算出敏敏的影長
- 視太陽光為平行光，則牆上的影長和其對應的柱高相等，柱高的其餘部分的影長恰為 120 公分

【解題過程】

(1) 設敏敏的影長為 x 公分
 $\frac{150}{x} = \frac{90}{60} \Rightarrow x = 100$ (公分)

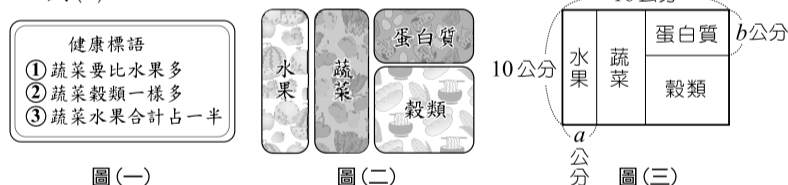
(2) 設高圓柱的高度為 y 公分
 $\frac{y-150}{120} = \frac{90}{60} \Rightarrow y - 150 = 180, y = 330$ (公分)



4 二元一次方程式結合比例

113國教會考非選擇題1

「健康飲食餐盤」是一種以圖畫呈現飲食指南的方式，圖畫中各類食物區塊的面積比，表示一個人每日所應攝取各類食物的份量比。某研究機構對於一般人如何搭配「穀類」、「蛋白質」、「蔬菜」、「水果」這四大類食物的攝取份量，以「健康標語」說明這四大類食物所應攝取份量的關係如圖(一)，並繪製了「健康飲食餐盤」如圖(二)。



請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- 請根據圖(一)的「健康標語」，判斷一個人每日所應攝取的「水果」和「蛋白質」份量之間的大小關係。
- 將圖(二)的「健康飲食餐盤」簡化為一個矩形，且其中四大類食物的區塊皆為矩形，如圖(三)所示。若要符合圖(一)的「健康標語」，在紙上畫出圖(三)的圖形，其中餐盤長為 16 公分，寬為 10 公分，則 a 、 b 是否可能同時為正整數？

【解題過程】

- 標語② \Rightarrow 蔬菜 = 穀類；
 標語③ \Rightarrow 蔬菜 + 水果 = 蛋白質 + 穀類
 由標語②、③ \Rightarrow 水果 = 蛋白質
- 承(1)， $DF = CF = 8$ ； $EF = 8 - a$ ， $CG = 10 - b$
 蔬菜面積： $10 \times (8 - a)$ ；穀類面積： $8 \times (10 - b)$
 $10 \times (8 - a) = 8 \times (10 - b), 80 - 10a = 80 - 8b \Rightarrow 10a = 8b$
 $a : b = 4 : 5$
 又 $a, b > 0$ ，由標語①知水果 < 蔬菜 $\Rightarrow a < \frac{8}{2}, a < 4$
 且蛋白質 < 蔬菜 $\Rightarrow b < \frac{10}{2}, b < 5$ ；得 $a < 4, b < 5$
 \Rightarrow 由比例推出 a, b 的最小整數值分別為 4、5 與標語①的結論不合
 $\therefore a, b$ 不可能皆為正整數

